

CHRISTIAN LE PROVOST

Université de Grenoble I

Institut de Mécanique

UTILISATION D'UN MODELE RÉDUIT POUR L'ÉTUDE PRÉCISE DES MARÉES DANS UNE MER LITTORALE

Table des matières: 1. Introduction, 2. Le spectre de la marée littorale. Sa connaissance dans la Manche, 3. Le modèle réduit de la Manche, 4. Principes permettant d'étudier le spectre complet de la marée par groupes restreints de composantes, 5. Conséquences, de la limitation du domaine littoral représenté sur le modèle réduit de la Manche, 6. Un exemple: la détermination des caractéristiques de l'onde MS_4 , 7. Conclusions: application pratique à l'étude du spectre complet de la marée dans la Manche; Streszczenie; Summary; Bibliographie.

1. INTRODUCTION

L'étude globale précise de la marée dans une mer littorale, à l'aide d'un modèle réduit, est impossible en raison de la complexité du phénomène. Etant donné les caractéristiques de la marée réelle, une telle simulation exigerait en effet la reproduction, aux limites marines du domaine à étudier, d'une loi de vitesse fort compliquée, résultant de la superposition d'un grand nombre de fonctions circulaires, multipériodiques, dont les amplitudes sont a priori inconnues. Les essais nécessiteraient, par ailleurs, des durées d'enregistrement importantes, afin de pouvoir analyser correctement les différentes ondes du spectre résultant. D'un autre côté, l'approximation linéaire du phénomène, qui permettrait d'étudier chaque composante de ce spectre séparément, est insuffisante car la propagation des ondes dans les mers littorales est essentiellement non-linéaire: les ondes d'origine astronomique, en se propageant dans les domaines littoraux, s'amortissent et se déforment en donnant naissance à des ondes dérivées ou d'interaction dont les amplitudes sont parfois importantes, atteignant jusqu'à 20% de l'amplitude des composantes élémentaires génératrices. Il faut donc chercher à simplifier l'analyse du phénomène réel, tout en respectant les contraintes imposées par ces non-linéarités.

Une analyse théorique de la structure spectrale de la marée littorale, développée en [13], a conduit à l'élaboration de méthodes d'approximation simples permettant de déterminer les principales composantes de son spectre, avec l'aide d'un modèle réduit physique, ou d'un modèle numérique. Moyennant certaines approximations, il est en effet possible d'étudier ces ondes séparément ou par groupes restreints, ce qui simplifie considérablement à la fois le problème de la réalisation des conditions aux limites, et celui de l'analyse spectrale des courbes enregistrées.

L'objet de cette communication est de présenter la mise en oeuvre pratique de ces méthodes sur le modèle réduit physique de la Manche, implanté sur la plateforme tournante de l'Institut de Mécanique de Grenoble. Nous présenterons ici les résultats obtenus pour une onde particulière (la composante quart diurne MS_4) dans le cadre de l'étude des interactions entre les deux composantes principales de la marée dans cette mer: les ondes M_2 et S_2 . Cet exemple permet en particulier d'illustrer la qualité et la précision des solutions ainsi obtenues.

2. LE SPECTRE DE LA MARÉE LITTORALE. SA CONNAISSANCE DANS LA MANCHE

La marée dans une mer littorale résulte principalement des efforts qu'exercent à ses limites les eaux océaniques. Les fréquences contenues dans le spectre des marées océaniques sont celles du potentiel lunisolaire qui les engendre. Il est fort complexe, mais sa structure a pu être définie avec précision grâce aux données de l'astronomie. Les calculs correspondants ont été réalisés par Darwin [11], à la fin du siècle dernier. Ils ont été repris et complétés par Doodson [12], en 1921, et un développement récent de Cartwright et Tayler [2], en 1971, a confirmé la qualité des calculs de Doodson. Ce spectre est caractérisé par un ensemble de raies bien distinctes distribuées en groupes: longues périodes, diurnes, semi-diurnes, et tiers diurnes. Dans chaque groupe, les différentes fréquences, bien distinctes, sont très rapprochées les unes des autres. Pour l'Océan Atlantique, c'est le groupe semi-diurne qui domine, à cause de la réponse privilégiée de ce bassin aux fréquences semi-diurnes. La figure 1 est une représentation graphique détaillée de ce groupe: les composantes principales sont identifiées par leur nom de code: M_2 , onde lunaire moyenne; S_2 , onde solaire moyenne; N_2 onde elliptique majeure; K_2 , onde déclinaisonnelle luni-solaire, μ_2 , onde variationnelle ... L'extrême proximité de ces fréquences explique l'apparente périodicité semi-diurne de la marée sur nos côtes et, par ailleurs, son incessante évolution entre les vives eaux et les mortes eaux, avec des périodicités semi-mensuelles, semi-annuelles...

Le spectre de la marée océanique est donc très complexe. Celui des marées littorales l'est plus encore. Les observations faites le long des côtes ont en effet révélé l'existence de nombreuses autres fréquences, correspondant à des combinaisons linéaires de celles contenues dans le potentiel générateur: il apparaît ainsi des groupes nouveaux: quart diurnes, sixième diurnes, ... ou des fréquences nouvelles dans les groupes déjà existants (cf. figure 1). Ces ondes sont d'origine non-linéaire: les mécanismes de leur génération ont été mis nettement en évidence en [13]. Mais, *à priori*, ces conclusions ne sont pas nécessaires pour l'exploitation pratique des méthodes harmoniques d'analyse et de prédiction de la marée; il suffit en effet aux Hydrographes de connaître l'existence de ces fréquences pour déduire des enregistrements qu'ils analysent les caractéristiques d'amplitude et de phase de ces différentes composantes, sous la forme:

$$H(x, y, t) = H_0(x, y) + \sum_1^N f_i A_i(x, y) \cos [\omega_i t + (V_0 + u)_i - g_i(x, y)]$$

- où: H_0 — est le niveau moyen par rapport à une cote fixe de référence,
- $A_i(x, y)$ — est l'amplitude de l'onde d'indice i au point (x, y) , de pulsation ω_i ,
- $g_i(x, y)$ — est le déphasage de cette onde par rapport au passage de l'astre perturbateur correspondant à Greenwich,
- f_i et u_i — sont les corrections nodales qu'il faut introduire pour tenir compte des variations lentes des constantes A_i et g_i dues à des périodicités supérieures à l'année, présentes dans le spectre en liaison avec le mouvement de régression du noeud de l'orbite lunaire sur l'écliptique,
- V_{0i} — est la phase de l'astre perturbateur par rapport au méridien de Greenwich pour l'instant $t = 0$,
- N — est le nombre de composantes prises en compte dans cette décomposition.

Les constantes A_i et g_i , caractéristiques de la marée dans un port donné, sont d'ailleurs rassemblées dans un ensemble de fiches couvrant le monde entier et publiées par le Bureau Hydrographique International [1]. L'examen des fiches relatives à la mer littorale qui nous intéresse ici plus particulièrement, la Manche, nous conduit à constater que, malheureusement, les points d'observation où la marée est connue, se répartissent uniquement le long des côtes, à l'exception des deux ports principaux des Iles Anglo-Normandes: cette absence de définition des conditions aux limites sur toute une partie des frontières du domaine étudié constitue une importante difficulté du problème.

Pour illustrer la complexité du spectre de la marée en Manche, que

Groupe des SEMI-DIURNES

Grupa PÓŁ-DOBOWYCH

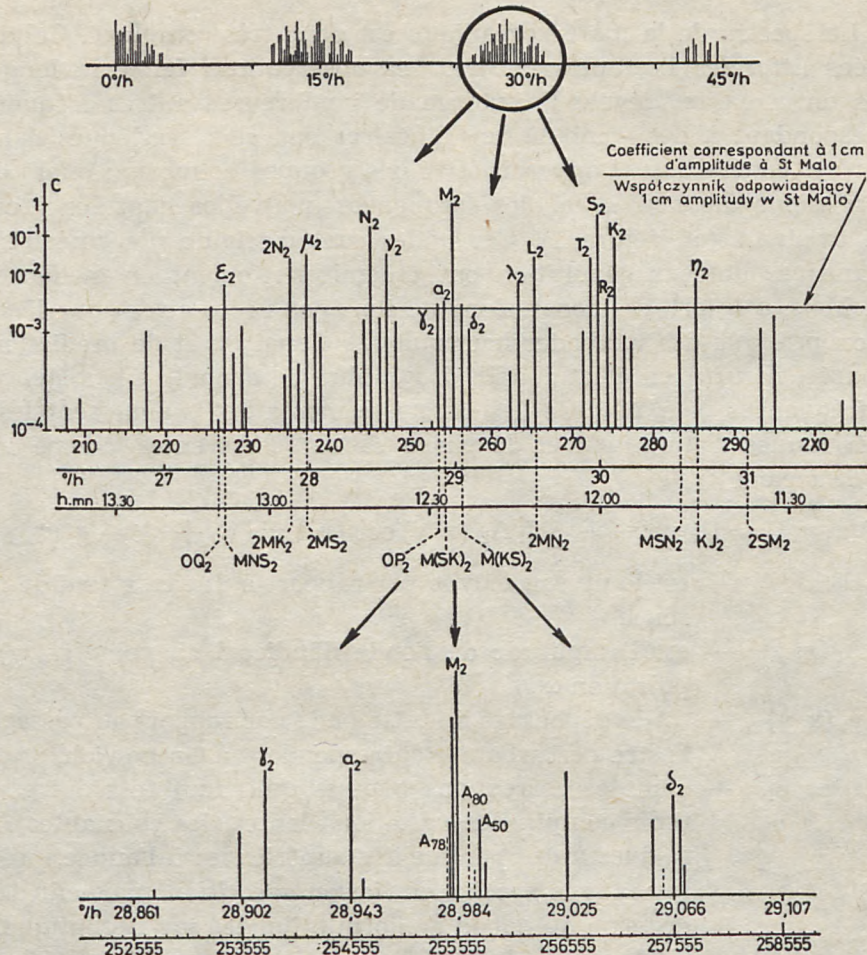


Fig. 1. Décomposition spectrale du potentiel générateur. Schéma détaillé du groupe semi-diurne (vitesse angulaire voisine de $30^\circ/\text{h}$), avec comme abscisses de référence (selon A. T. Doodson):

- les nombres de Doodson,
- les vitesses angulaires en d°/h ,
- les périodes en heures et minutes.

Sous ces trois axes d'abscisses, sont inscrites les principales composantes non linéaires de ce groupe. Un schéma très détaillé du sous groupe „ M_2 ” permet de mesurer la complexité de la structure complète de ce spectre

Rys. 1. Rozkład widmowy potencjału generującego. Szczegółowy schemat grupy półdobowej (prędkość kątowna około $30^\circ/\text{h}$) przy wskazaniu na osi odciętych (według A. T. Doodsona):

- liczb Doodsona,
- prędkości kątownej w d°/h ,
- okresów w godzinach i minutach.

Pod trzema osiami odciętych wpisane są podstawowe składowe nieliniowe grupy. Bardzo dokładny schemat podgrupy „ M_2 ” pozwala ujawnić złożoność pełnej struktury tego widma

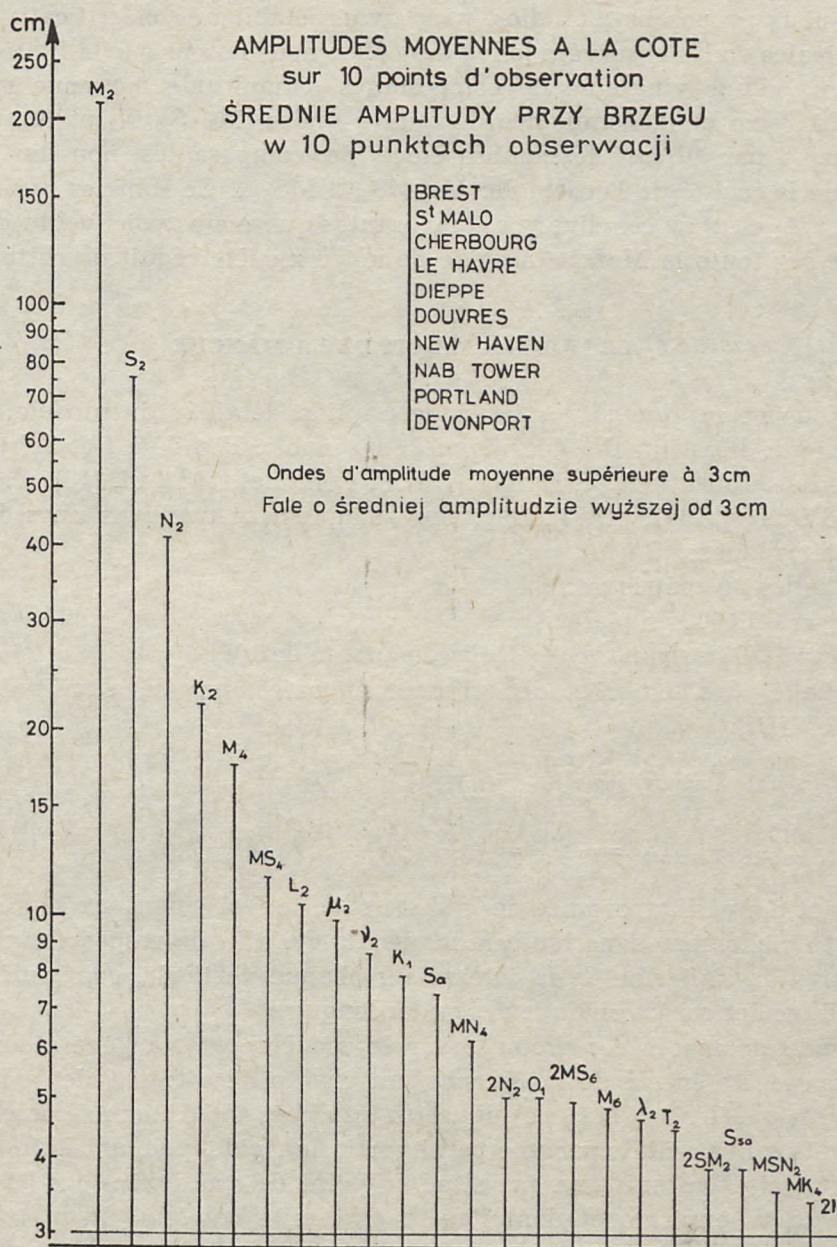


Fig. 2. Classement des principales composantes non linéaires de la marée dans la Manche par ordre décroissant de la valeur moyenne de leurs amplitudes le long des côtes Françaises et Anglaises

Rys. 2. Główne nieliniowe składowe pływów w kanale La Manche w układzie malejącej wartości średniej ich amplitud wzdłuż wybrzeża francuskiego i angielskiego

nous nous proposons d'étudier, nous avons établi une classification des principales ondes observées le long des côtes: nous notons sur la figure 2 la présence d'une vingtaine de composantes d'amplitude moyenne supérieure à 3 cm et la dominance de quatre ondes: M_2 , S_2 , N_2 et K_2 . On y remarque par ailleurs le nombre élevé de composantes non linéaires, plus de la moitié de l'ensemble: M_4 , MS_4 , $2 MS_6$... Ce sont les caractéristiques A_i et g_i de ces diverses composantes que nous avons voulu déterminer sur toute la Manche à l'aide de notre modèle réduit de cette mer.

3. LE MODÈLE RÉDUIT DE LA MANCHE

Nous ne reprenons pas ici la description détaillée du modèle de la Manche de l'Institut de Mécanique de Grenoble. Il a déjà fait l'objet de plusieurs publications: J. Dalverny et P. Fontanet, 1959, cf. [10], G. Chabert d'Hières, 1962, cf. [3]. Rappelons simplement quelques unes de ses caractéristiques:

— échelles géométriques:

$$[\lambda] = 1/50.000 \text{ en plan}$$

$$[\zeta] = 1/500 \text{ suivant la verticale (distorsion de 100);}$$

— échelles des temps et des vitesses imposées par la similitude de FROUDE:

$$t_{\text{modèle}} / t_{\text{nature}} = \frac{[\lambda]}{[\zeta]^{1/2}} = \frac{1}{2230}$$

$$V_{\text{modèle}} / V_{\text{nature}} = \frac{[\lambda]}{[t]} = \frac{1}{22,3};$$

- étant donné l'importance de la distorsion, le frottement est représenté artificiellement dans toute la masse fluide, afin de respecter une répartition uniforme de la vitesse sur chaque verticale, conformément à l'une des caractéristique des ondes longues;
- l'onde de marée est produite sur le modèle par un générateur qui impose, à l'entrée de la Manche, un champ de vitesses, de la même façon que les marées océaniques in situ. Les mouvements correspondants sont produits par une paroi verticale rigide, pivotant à l'une des extrémités autour d'un axe situé au point de coordonnées $49^\circ 30' \text{ N} - 6^\circ 10' \text{ W}$ environ, et dont l'autre extrémité côtoie la pointe Nord-Ouest de la Bretagne. L'entraînement de ce volet est assuré par un vérin hydraulique asservi de manière à réaliser un déplacement imposé par une tension électrique donnée. Des canaux d'amortissement et de réglage permettent de simuler l'effet de la Mer du Nord, et d'absorber les ondes réfléchies par les fonds et les côtes, pour des marées de vives eaux moyennes;

- pour simuler l'accélération de Coriolis, le modèle est construit sur une plateforme tournante de 14 mètres de diamètre dont la rotation d'un tour en 50,4 secondes simule l'effet de rotation de la terre pour une latitude moyenne de 50° . Soulignons la précision atteinte pour le mouvement de cette plateforme: la planéité et l'horizontalité de la dalle sont réglées à 0,01 mm, la vitesse de rotation moyenne de l'installation reste constante à 2.10^{-4} près;
- le réglage du modèle a été réalisé pour une marée de vive eau moyenne, le critère d'étalonnage choisi étant le marnage. Cette opération a consisté en un ajustement empirique de la distribution des rugosités, et des réflexions dans les canaux annexes, de façon à obtenir le long des côtes, dans les ports où l'on possédait au préalable des courbes de dénivellation observées in situ, des marnages en bonne concordance avec ces données naturelles. La précision atteinte est satisfaisante puisque les écarts sur les marnages le long des côtes ne dépassent pas 1 à 2% (cf. Chabert d'Hières [3]. Un tel réglage, nous le verrons plus loin, conduit à une bonne représentation sur le modèle des principales ondes semi-diurnes: M_2 , S_2 , N_2 ; et ceci est essentiel pour notre objet.

Notons que les mesures de niveaux sont réalisées à l'aide de limnimètres à pointes vibrantes, asservies à suivre le niveau de la surface libre. Ils sont reliés à une centrale d'acquisition de données qui digitalise les informations pour leur traitement ultérieur sur ordinateur. Le pouvoir de résolution de ces appareils est de l'ordre de 0,1 mm; comme les enregistrements sont réalisés avec un grand nombre de points d'observations, et sur plusieurs périodes du phénomène, les résultats obtenus peuvent être assurés à 0,05 mm près, ce qui correspond à 2,5 cm dans la nature.

Ce modèle réduit offre donc la possibilité de réaliser des mesures très précises. Par ailleurs, il représente en similitude, et de façon très correcte, l'hydrodynamique des phénomènes accompagnant la propagation des ondes de marée. Il constitue donc un outil précieux. Cependant, et nous l'avons noté en introduction, il est impossible d'y envisager la représentation directe et complète de la marée, telle qu'elle se présente dans la réalité, car la réalisation des conditions aux limites correspondantes est trop complexe. Il est nécessaire d'introduire a priori certaines simplifications.

4. PRINCIPES PERMETTANT D'ÉTUDIER LE SPECTRE COMPLET DE LA MARÉE PAR GROUPES RESTREINTS DE COMPOSANTES

Certaines conclusions de l'analyse théorique présentées en [13] permettent de concevoir et de justifier une étude du spectre complet de la marée littorale par groupes séparés de composantes, lorsque, dans ce

spectre, il existe une onde d'amplitude nettement supérieure à l'amplitude de toutes les autres composantes. La Manche est un domaine littoral de ce type et la composante „dominante” est dans cette mer l'onde lunaire moyenne M_2 . Ces conclusions sont les suivantes:

- Il est possible d'étudier une première approximation de la composante dominante (M_2) et de ses harmoniques directs (M_4 , M_6 , M_8 ...), en faisant abstraction des autres composantes du spectre complet.
- Il est par contre nécessaire, pour l'étude des ondes „secondaires” comme S_2 , N_2 , K_2 ..., de les considérer en présence de la composante dominante.
- En simulant, aux limites d'un domaine littoral D , ces couples $M_2 + S_2$, $M_2 + N_2$, $M_2 + K_2$, ..., on reproduit correctement, à l'intérieur de ce domaine les processus de génération des ondes d'interaction entre la composante M_2 et ces composantes secondaires:

$$\begin{array}{ll}
 M_2 + S_2 \rightarrow M_2, M_4, M_6, M_8 \dots & M_2 + N_2 \rightarrow M_2, M_4, M_6, \dots \\
 + S_2, S_4, S_6 \dots & + N_2, \dots \\
 + 2 MS_2, 2 SM_4, \dots & + 2 MN_2, 2 NM_2, \dots \\
 + MS_4, 3 MS_6, \dots & + MN_4, \dots \\
 + 2 MS_6, 2 SM_8, \dots & + 2 MN_6, \dots \\
 + \dots & + \dots
 \end{array}$$

- La simulation du couple $M_2 + S_2$ permet d'obtenir pour la Manche une meilleure représentation des harmoniques directs de l'onde dominante: M_4 , M_6 , M_8 ...
- Une représentation meilleure encore de ces harmoniques peut être obtenue par la simulation de la propagation simultanée de la composante dominante et des deux ondes secondaires les plus importantes (S_2 et N_2 pour la Manche).
- Cette simulation, plus complexe que les précédentes, présente en outre l'intérêt de reproduire correctement, dans le domaine étudié, les processus d'interaction triple entre ces ondes, non négligeables pour le cas de la Manche:

$$\begin{array}{l}
 M_2 + S_2 + N_2 \rightarrow M_2, \dots, S_2, \dots, N_2, \dots \\
 + MSN_2, MNS_2, SNM_2, \dots \\
 + MSN_6, MNS_6, \dots \\
 + \dots
 \end{array}$$

Nous voyons l'intérêt résultant de ces conclusions: il est possible ainsi d'étudier le spectre complet des marées littorales par groupes restreints de composantes génératrices, bien que leur propagation soit caractérisée par des effets essentiellement non-linéaires. C'est ainsi que nous avons procédé pour étudier, à l'aide de notre modèle réduit de la Manche, les principales composantes de la marée dans cette mer.

5. CONSÉQUENCES DE LA LIMITATION DU DOMAINE LITTORAL REPRÉSENTÉ SUR LE MODÈLE RÉDUIT DE LA MANCHE

L'analyse théorique présentée en [13] a permis de mieux connaître le mécanisme de génération des composantes d'origine non linéaire de la marée: elle a montré comment les ondes harmoniques ou d'interaction sont créées sur toute l'étendue des mers littorales, à partir du rebord du plateau continental, jusqu'au fond des baies. En conséquence, pour un modèle numérique ou physique dont les limites ouvertes ne se situent pas dans l'océan, il est nécessaire de distinguer pour chaque onde non-linéaire deux parts: une première part, créée sur place, par la propagation des ondes génératrices (M_2 , S_2 , N_2 , K_2 , ...), et une deuxième part correspondant aux transferts d'énergie vers ces fréquences harmoniques ou d'interaction produites sur le plateau continental entre le rebord océanique et la frontière du modèle considéré, ou dans les mers littorales adjacentes. Pour un modèle la première part est reproduite directement sur celui-ci par une simulation correcte de la propagation des ondes génératrices; la deuxième part doit être induite à l'intérieur du modèle par les frontières ouvertes, de la même manière que les ondes d'origine astronomique venant de l'océan. Nous comprenons donc les complications qui en résultent au niveau de l'exploitation d'un modèle, qu'il soit physique ou numérique.

Comme nous venons de le noter, la simulation de l'onde M_2 aux limites ouvertes du modèle permet donc d'obtenir une première approximation de cette onde dominante sur toute l'étendue du domaine littoral considéré. De même, pour obtenir une bonne représentation des ondes astronomiques secondaires comme S_2 , N_2 , K_2 , ..., il est nécessaire de simuler la propagation dans le modèle de chacune de ces ondes en présence au moins de la composante dominante M_2 . Pour cela, il suffit de reproduire en similitude, aux frontières ouvertes, la marée partielle correspondant à ces composantes: nous verrons dans l'exemple qui suit que cette simulation s'obtient facilement sur notre modèle de la Manche car il est a priori réglé pour les fréquences semi-diurnes.

Mais l'étude des composantes harmoniques ou d'interaction est plus compliquée: la représentation de la propagation correcte de l'onde M_2 seule, des couples $M_2 + S_2$, $M_2 + N_2$, ... ou du triplet $M_2 + S_2 + N_2$, permet certes de simuler correctement les processus de génération de ces composantes non-linéaires, à l'intérieur du domaine considéré, mais sans tenir compte de la part de ces ondes venant de l'extérieur de ce domaine. Nous avons choisi d'étudier ces parts complémentaires séparément, onde par onde, et pour chaque limite (nous appelons ondes „A”, celles venant de la limite Atlantique du modèle, et ondes „B”, celles venant de la Mer du Nord par le Pas de Calais), cf. Fig. 3. Ces composantes sont produites dans un pre-

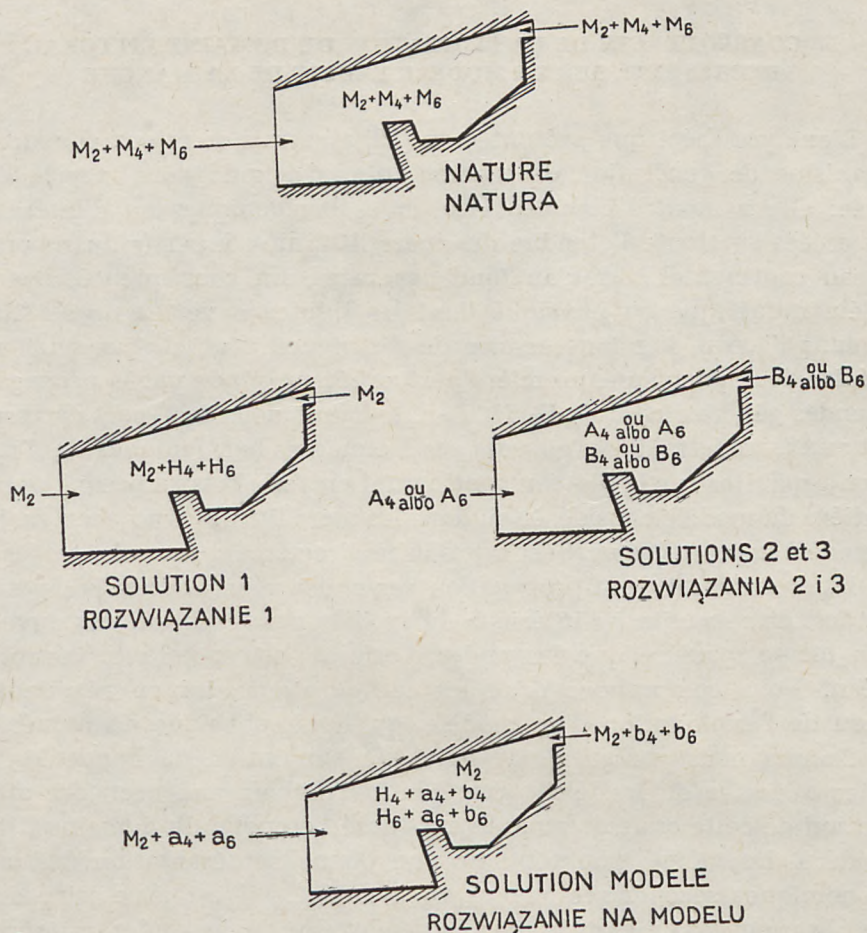


Fig. 3. Schématisation des étapes conduisant à la représentation d'une onde harmonique (ou d'interaction) telle qu'elle existe dans la nature

Ryc. 3. Schematyzacja etapów, prowadząca do reprezentacji fali harmonicznej, takiej jaka istnieje w naturze

mier temps avec des amplitudes aux frontières a priori arbitraires. Nous déterminons ensuite numériquement de combien doivent être réduites les amplitudes de ces ondes A et B. et quels doivent être leurs déphasages par rapport à l'onde H (produite intérieurement par les effets non-linéaires de ou des ondes génératrices) pour que les ondes a et b ainsi définies correspondent à celles existant dans la nature. Ces calculs sont faits en réalisant une superposition linéaire des ondes H, a et b en différents points du domaine où l'amplitude et la phase de l'onde étudiée sont connues in situ. Comme, pour le cas de la Manche, le problème revient à déterminer deux coefficients de réduction, k_a et k_b , pour les ondes a et b et deux déphasages, φ_a et φ_b , deux ports d'observation sont suffisants

puisque en chacun d'eux, l'onde étudiée est caractérisée par son amplitude et sa phase. Mais nous préférons généralement utiliser plus de deux points d'observation nature, afin d'atténuer l'incidence sur les solutions des incertitudes liées aux données naturelles, ou des imperfections locales de la simulation du modèle; on utilise alors une méthode d'ajustement par moindres carrés.

Notons que l'approximation résultant de cette superposition linéaire est justifiée pour les ondes harmoniques par le fait que leurs interactions entre elles, ou avec leurs composantes génératrices, sont d'un ordre supérieur à l'ordre d'approximation admis auparavant dans la décomposition du phénomène réel en groupes restreints de composantes.

L'étude d'une onde harmonique ou d'interaction est donc menée en quatre étapes:

- La simulation des ondes génératrices sur le modèle réduit, l'enregistrement des dénivellations résultantes et l'identification de la composante de type "H" correspondant à la part de l'onde non-linéaire étudiée produite à l'intérieur du modèle par la propagation des ondes génératrices.
- L'étude séparée des ondes de même période que celle de la composante non-linéaire considérée, entrant par les limites ouvertes du modèle. Rappelons qu'elles sont notées A, B, ... dans ce travail.
- La détermination des coefficients de réduction et des déphasages à appliquer aux ondes A, B, ... de façon à obtenir une superposition correcte $H + a + b$ aux points où la nature a été observée et analysée.
- La superposition $H + a + b$, que nous avons choisi de réaliser numériquement, mais qui pourrait être faite sur le modèle réduit lui-même.

Pour illustrer les paragraphes précédents, nous allons présenter en exemple la détermination de la composante quart diurne MS_4 dans la Manche, à l'aide de notre modèle réduit.

6. UN EXEMPLE: LA DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES DE L'ONDE MS_4

6.1. Recherche des caractéristiques de l'onde HG_4

Cette composante HG_4 correspond, dans nos notations, à la part de l'onde MS_4 produite à l'intérieur du modèle par la propagation simultanée des ondes M_2 et S_2 .

6.1.1. Simulation et enregistrement

A l'aide du générateur de marée, nous induisons à la limite Atlantique une onde telle que, à S^t Malo, port de référence pour nos essais, nous obtenions des amplitudes correctes pour les composantes M_2 et S_2 , ce dont

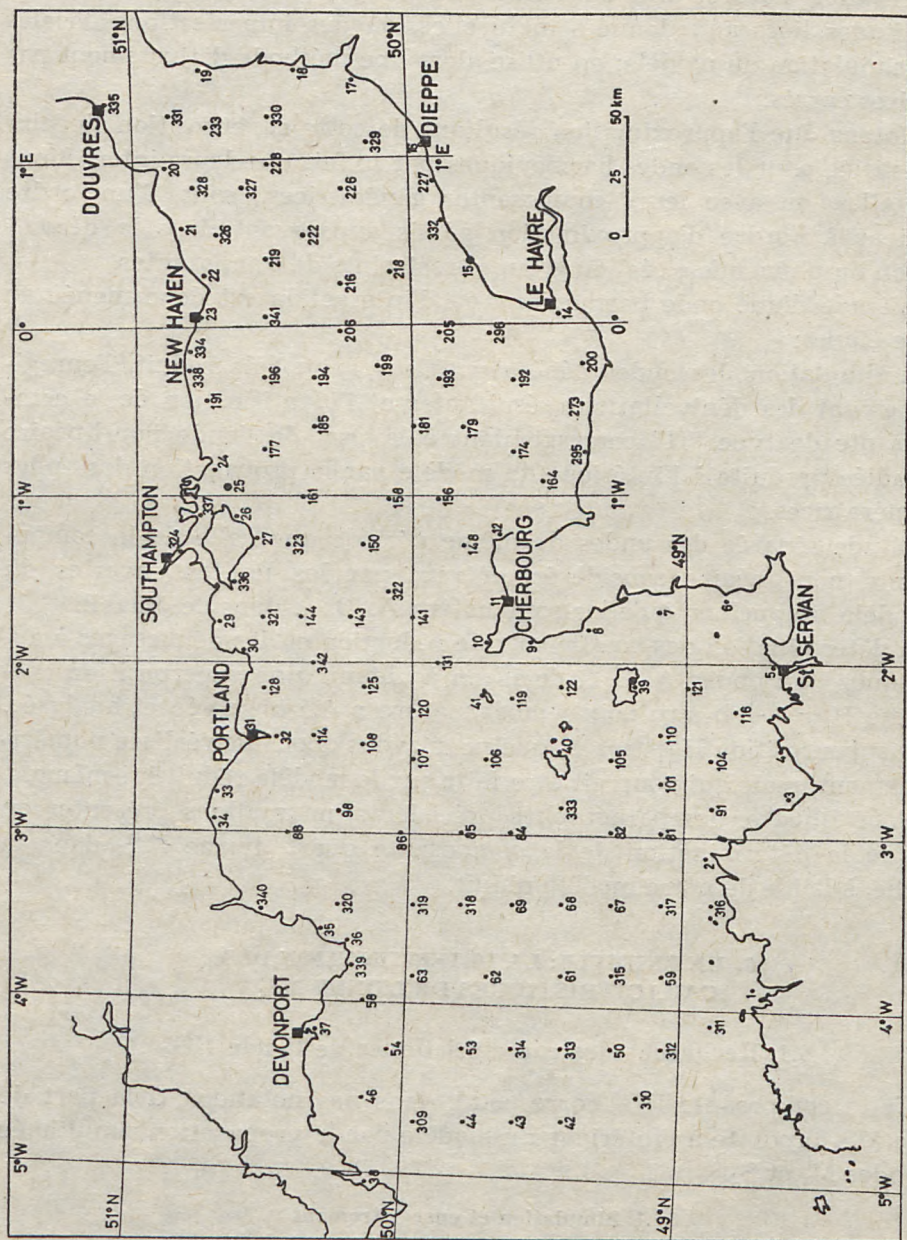


Fig. 4. Position géographique des points de mesure sur le modèle réduit
 Ryc. 4. Położenie geograficzne punktów pomiarowych na modelu fizycznym

nous nous assurons au moyen d'une analyse spectrale des enregistrements du mouvement de la cote de la surface libre en ce point. Ce contrôle ponctuel suffit à nous garantir une bonne représentation de ces deux composantes sur tout le domaine marin considéré, car le modèle est réglé, précisément, pour les ondes semi-diurnes.

Les variations de la cote de la surface libre sont alors enregistrées en 145 points répartis sur toute la Manche: cf. figure 4. Pour ce faire, nous ne disposons que de trois appareils de mesure: il est donc nécessaire de procéder à 3 fois 48 enregistrements dans les mêmes conditions de fonctionnement du modèle.

6.1.2. Traitement numérique des enregistrements

Nous voulons exprimer le signal enregistré en chaque point sous la forme:

$$A(x, y, t) = A_0(x, y) + \sum_{i=1}^N A_i(x, y) \cos [\omega_i t - R_i(x, y)] + \epsilon_N(x, y, t)$$

où A_0 — est la cote du niveau moyen par rapport à une surface de référence,

N — est le nombre de composantes prises en compte,

ω_i — sont les pulsations de ces composantes,

A_i — sont les amplitudes correspondantes,

R_i — sont leurs retards de phase par rapport à une origine des temps préalablement définie,

ϵ_N — est le résidu de cette décomposition spectrale limitée à N composantes.

L'analyse théorique développée précédemment permet de connaître la composition spectrale de la marée partielle ainsi réalisée sur le modèle réduit: la propagation simultanée des ondes H_2 et G_2 , (c'est-à-dire M_2 et S_2 in situ) conduit à l'apparition des composantes harmoniques ou d'interaction dont les plus importantes sont:

— parmi les semi-diurnes:

2 HG_2 (correspondant en partie à l'onde 2 MS_2 réelle),

2 GH_2 (2 SM_2), 3 H 2 G_2 (3 M 2 S_2).

— parmi les quart diurnes:

H_4 (M_4), HG_4 (MS_4), G_4 (S_4), 3 HG_4 (3 MS_4), 3 GH_4 (3 SM_4).

— parmi les sixième diurnes:

H_6 (M_6), 2 HG_6 (2 MS_6), 2 GH_6 (2 SM_6), G_6 (S_6), 4 HG_6 (4 MS_6), 4 GH_6 (4 SM_6).

Rappelons que, sur le modèle réduit, les ondes H_2 et G_2 représentent en similitude les composantes M_2 et S_2 , mais que, par contre, toutes les autres, notées H_4 , G_4 ... ne correspondent qu'à la part des ondes M_4 , MS_4 ... engendrées à l'intérieur du domaine étudié.

Composante	Ampli- tude cm	Composante	Ampli- tude cm	Composante	Ampli- tude cm
$H_2 (\approx M_2)$	260,9	H_4	16,6	H_6	9,8
$G_2 (\approx S_2)$	88,5	G_4	2,0	2 HG_6	7,2
2 HG_3	14,2	HG_4	12,0	2 HG_6	2,5
2 GH_2	3,0	3 HG_4	2,2	H_8	1,2
3H 2 G_2	3,0	3 GH_4	0,2	HG_0	1,1

Pour identifier les caractéristiques d'amplitude et de phase de ces diverses composantes aux différents points de mesure, nous avons mis au point un algorithme de calcul qui nous a donné entièrement satisfaction: considérons, par exemple, l'analyse de l'enregistrement du point 14, situé au voisinage du Havre, dans une zone où il existe des composantes non-linéaires nombreuses et importantes. Nous donnons sur le tableau la valeur de 15 composantes obtenues par cette analyse numérique; la plus petite est de l'ordre du centimètre nature: une si petite amplitude a-t-elle une réalité au niveau de ce traitement numérique? Ayant retranché ces 15 composantes à l'onde enregistrée, nous avons réalisé une analyse spectrale complète du résidu ϵ_{15} ainsi obtenu; sa représentation graphique est donnée sur la figure 5: nous pouvons constater que le bruit de fond est inférieur à 5 mm, et que toute raie d'amplitude supérieure à ce niveau au moins, est significative. Pour le cas présent, nous pouvons noter, en ce point, l'existence de quelques composantes comprises dans les 15 précédentes: 4 HG_6 (4 MS_6) et G_6 (S_6), par exemple, ce qui n'est pas étonnant puisque la Baie de la Seine est, nous l'avons déjà noté antérieurement, cf. [4], une zone de résonance pour le groupe sixième diurne. Nous devons par ailleurs noter sur ce spectre une raie particulière qui atteint plusieurs centimètres à la fréquence de 0.0198 Hz; cette fréquence correspond à la période de rotations de la plateforme portant le modèle: l'onde correspondante n'a rien à voir avec la marée, elle résulte des imperfections résiduelles du mouvement de cette plateforme, pourtant réduites au minimum, comme nous l'avons noté précédemment.

L'analyse des enregistrements réalisés sur modèle dans les conditions précitées conduit donc à des résultats très satisfaisants.

6.1.3. LES RÉSULTATS

Il est tout d'abord intéressant de vérifier la bonne concordance entre les solutions données par le modèle et les valeurs in situ des composantes génératrices M_2 et S_2 , aux quelques points où la marée réelle

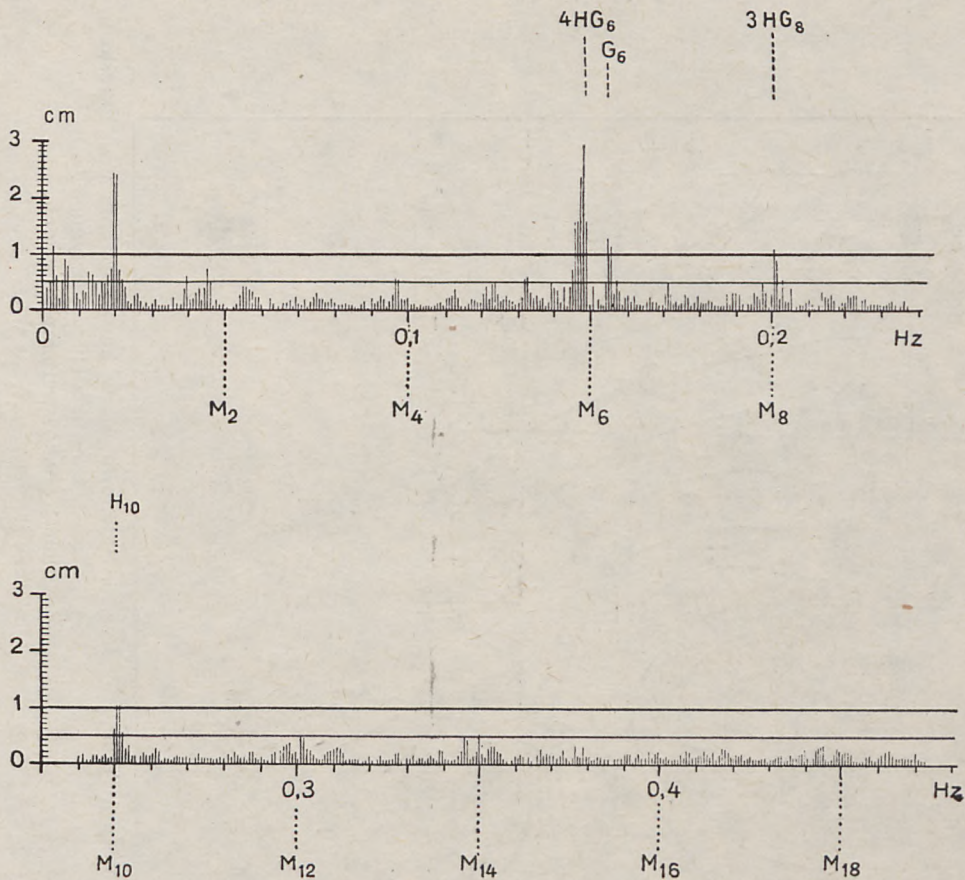


Fig. 5. Analyse spectrale de la courbe ε_{15} obtenue à partir de l'enregistrement de la marée au point 14 (Le Havre)

Ryc. 5. Analiza widmowa krzywej ε_{15} , otrzymana na podstawie pomiaru pływów w punkcie 14 (Le Havre)

a été observée; nous donnons en exemple la carte caractéristique des amplitudes et des phases de l'onde M_2 , obtenues sur le modèle: la comparaison est très satisfaisante puisque les écarts ne sont que de quelques centimètres sur les amplitudes (6 cm maximum à Devonport pour une amplitude de 169 cm), et de quelques degrés sur les phases, cf. fig. 6 et 7.

L'analyse de ces enregistrements permet, entre autres, d'établir la carte des caractéristiques de la composante HG_4 , correspondant à la part de l'onde MS_4 créée à l'intérieur du modèle par la propagation simultanée des ondes M_2 et S_2 . Cette carte a pu être tracée sans difficultés, c. [13]. Elle constitue la première part des éléments nécessaires à la détermination de la composante MS_4 .

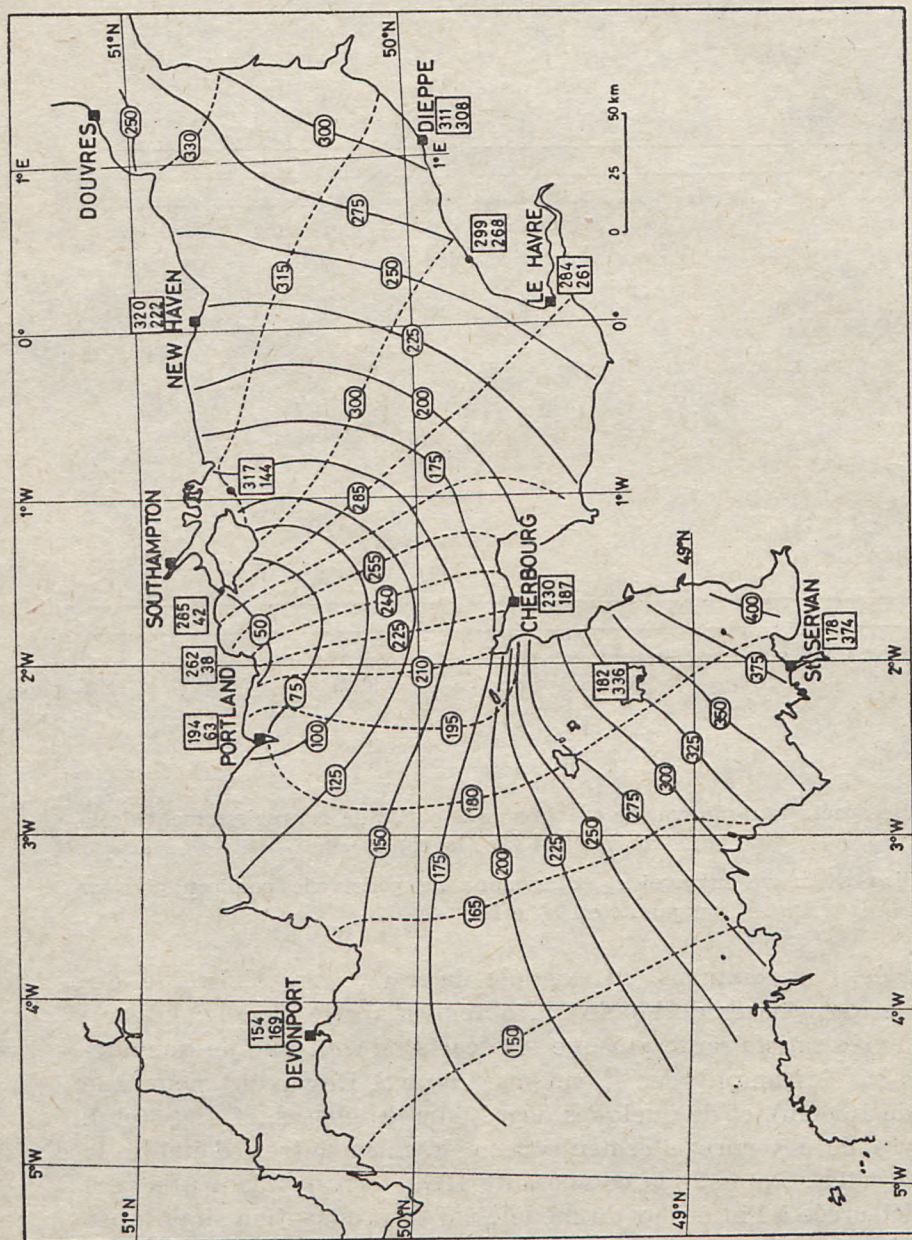


Fig. 6. La composante M_2 dans La Manche, déterminée à l'aide du modèle réduit.

— lignes d'égal amplitudes en cm,

- - - lignes d'égal phases en d° ,

178 374
valeurs observées *in situ*

Ryc. 6. Składowa M_2 w kanale La Manche, określona na modelu fizycznym:

— linie jednakowych amplitud w cm,

- - - linie jednakowych faz w d° ,

178 374
wartości pomierzone *in situ*

6.2. Etude des ondes quart diurnes entrant par les limites

L'étude de la propagation de ces ondes est nettement plus simple que précédemment: il suffit en effet de faire fonctionner à la limite Atlantique, ou à la limite Mer du Nord, un générateur de marée monopériodique, à la période de la composante MS_4 . On enregistre aux 145 points de mesure les dénivellations correspondantes qui sont ensuite traitées numériquement afin de caractériser ces composantes A_4 et B_4 par leur amplitude et leur phase. Le déroulement des essais ne pose pas de problèmes, puisque nous sommes, dans ces circonstances, en présence de phénomènes monopériodiques; et l'analyse numérique de ces signaux se réduit à une simple analyse de Fourier.

6.3. Calcul des coefficients de réduction des composantes A_4 et B_4 et de leurs déphasages par rapport à HG_4

Il reste à superposer à l'onde HG_4 les ondes a_4 et b_4 qu'il faut déduire de A_4 et B_4 par une affinité sur leurs amplitudes et un décalage sur leurs phases, de façon à obtenir une onde résultante aussi voisine que possible de ce que nous connaissons de l'onde MS_4 in situ.

Nous ne présenterons pas ici, faute de place, la détail du raisonnement sur lequel repose le calcul de ces coefficients d'affinité et des valeurs de ces déphasages, mais nous l'avons développé en [13]. Notons simplement que nous utilisons pour ce faire une méthode de moindres carrés reposant sur les valeurs de MS_4 connue in situ en 5 ou 6 points d'observation; nous cherchons ainsi à approcher au mieux l'amplitude de l'onde MS_4 et sa phase, par rapport aux phases des ondes génératrices M_2 et S_2 .

6.4. Résultats: caractéristiques de l'onde MS_4

La superposition des ondes HG_4 , a_4 et b_4 est réalisée sur ordinateur aux 145 points de la grille définie précédemment. Nous présentons sur la figure 8 les réseaux donnant les lignes d'égales amplitudes et d'égales phases de la solution ainsi construite. Ces cartes ont été établies sans difficulté, en raison de la remarquable homogénéité des résultats obtenus.

Comparons cette solution aux valeurs déduites d'observations in situ, en nous reportant à la figure 9 qui représente, sur un développement linéaire de la côte anglaise et de la côte française, les caractéristiques de notre solution, en amplitude et en phase, et indique par ailleurs l'ensemble des valeurs nature connues sur ces limites. En Manche Occidentale, les écarts entre ces valeurs et notre solution sont inférieurs à 2 cm; en Manche Orientale, ces écarts sont un peu plus grands, 3 cm au maximum. Ils atteignent localement 4,5 cm à Douvres, mais il faut remarquer

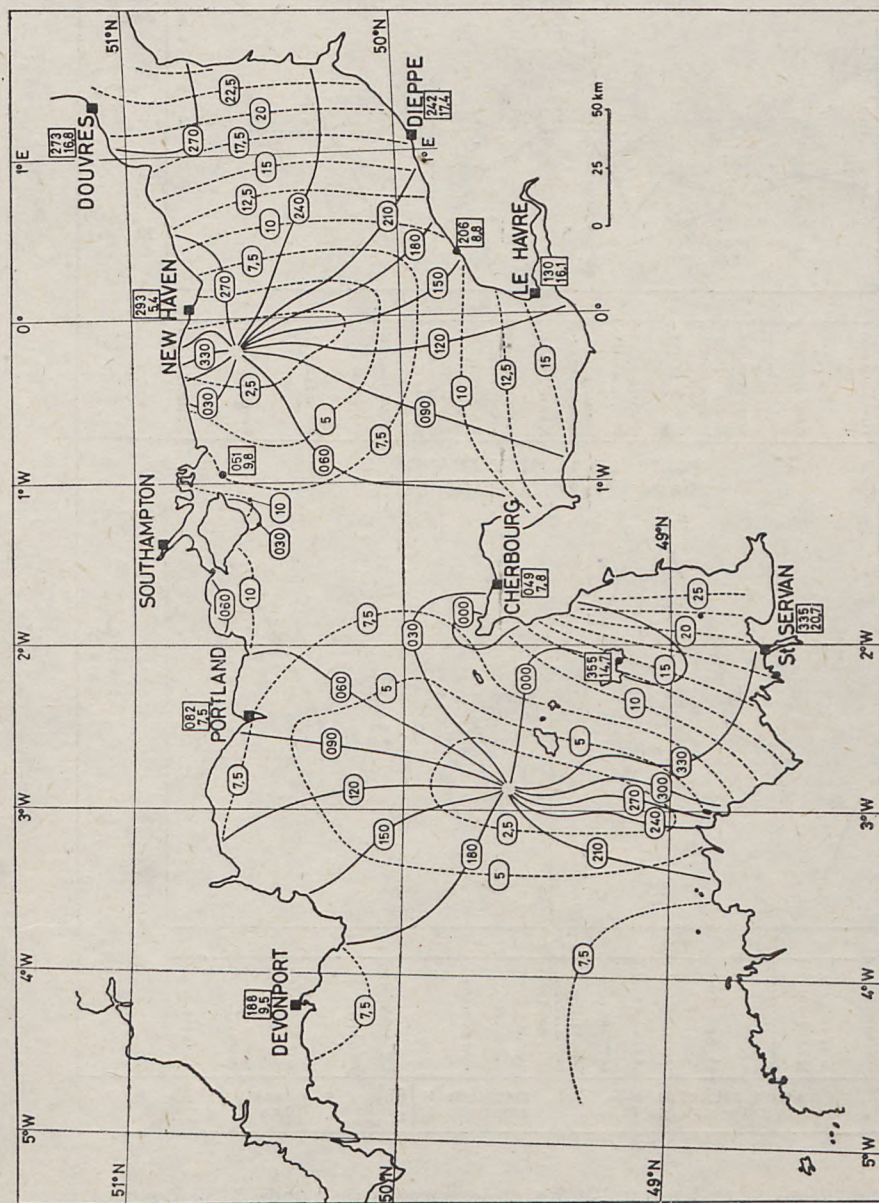


Fig. 8. La composante MS_4 dans la Manche:

— lignes d'égalles amplitudes en cm,
 - - - lignes d'égalles phases en d°,

335 valeurs observées *in situ*
297

Ryc. 8. Składowa MS_4 w La Manche:

— linie jednakowych amplitud w cm,
 - - - linie jednakowych faz w d°,

335 wartości pomierzone *in situ*
297

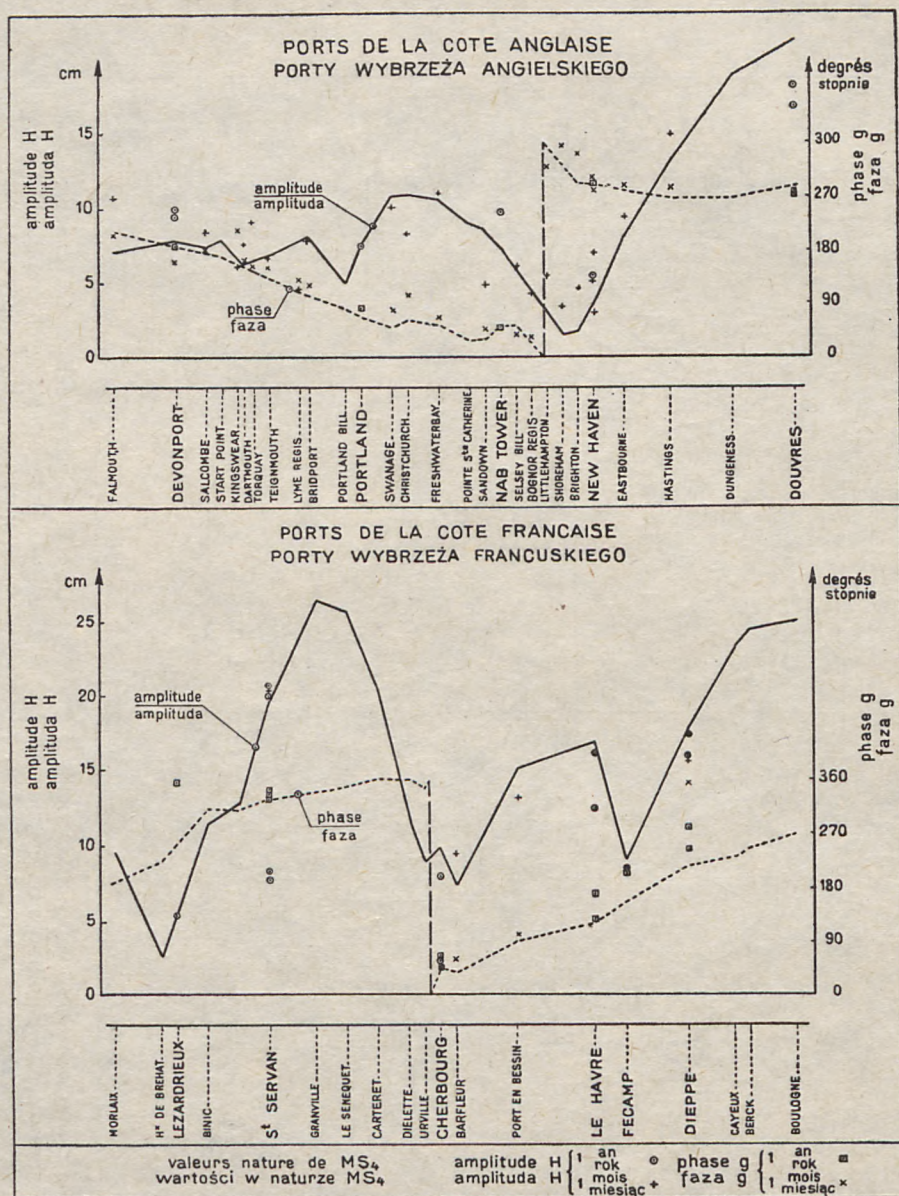


Fig. 9. Comparaison entre les amplitudes et les phases de l'onde MS_4 , données par notre solution et celles observées *in situ* le long des côtes de la Manche

Ryc. 9. Porównanie amplitud i faz fali MS_4 otrzymanych w rozwiązaniu analitycznym autora oraz pomierzonych *in situ* wzdłuż wybrzeża kanału La Manche

que ce point de comparaison est trop près de la limite Pas de Calais du modèle réduit pour que nous soyons sûrs des valeurs obtenues dans cette zone. Le réseau des phases est lui aussi en bon accord avec la nature, les écarts maximum n'étant que de 15° environ.

Sauf exception, ces écarts sont donc faibles, nous pensons qu'il est raisonnable de conclure, pour l'ensemble, à une bonne correspondance entre nos résultats et ce qui existe dans la nature. Notons d'ailleurs que des mesures récentes réalisées par le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine confirment l'exactitude de ces solutions.

7. CONCLUSIONS: APPLICATION PRATIQUE À L'ÉTUDE DU SPECTRE COMPLET DE LA MARÉE DANS LA MANCHE

Suivant ces méthodes, nous avons étudié toutes les composantes significatives de la marée dans la Manche, dont nous avons donné dans la première partie de cet exposé un classement approximatif par ordre d'importance décroissant. Nous avons ainsi étudié:

- les composantes d'origine astronomique ou assimilées:
 semi-diurnes: M_2, S_2, N_2, K_2, v_2 , cf. [4] et [5]
 diurnes: K_1, O_1, P_1, Q_1 , cf. [6]
- les composantes d'origine non-linéaire:
 semi-diurnes: $2 SM_2, MSN_2$, cf. [7]
 quart diurnes: M_4, MS_4, MN_4, MK_4 cf. [8]
 sixième diurnes: $M_6, 2 MS_6, 2 MN_6, 2 MK_6, 2 SM_6, MSN_6$, cf. [9]
- les composantes mixtes:
 $\mu_2 + 2 MS_2$, cf. [7], $L_2 + 2 MN_2, 2 N_2 + 2 MK_2, \lambda_2 + SNM_2, \varepsilon_2 + MNS_2$.

Ces résultats sont originaux à l'exception de la composante M_2 . Ils vont être regroupés prochainement dans un atlas qui donnera la configuration des amplitudes et des phases de toutes ces ondes, constituant ainsi une définition cohérente du spectre de la marée dans toute la Manche, en bon accord avec les quelques données d'observation existant in situ.

Au terme de ce travail, nous pensons avoir réalisé une étude très fine de la marée dans une mer littorale avec un degré de précision et de détail encore jamais égalé. Ce succès repose, pour une part importante, sur les qualités de simulation offertes par le modèle réduit utilisé. Mais il est essentiel noter que les méthodes élaborées à la faveur de cette étude sont transposables à l'exploitation des modèles numériques de marées littorales. Dans la mesure où ceux-ci sont assez précis pour décrire correctement les phénomènes non-linéaires qui régissent le phénomène réel, leur utilisation dans ce sens devrait permettre d'aborder de façon fructueuse l'étude de nombreuses mers littorales autres que la Manche.

CHRISTIAN LE PROVOST

Uniwersytet w Grenoble I

Instytut Mechaniki

ZASTOSOWANIE MODELU FIZYCZNEGO W DOKŁADNYCH BADANIACH PŁYWÓW W MORZU LITORALNYM

Streszczenie

Przeprowadzona analiza teoretyczna generacji i propagacji pływów w obszarze płytkowodnym umożliwia zastosowanie nowej metody badań składowych pełnego widma pływów poprzez rozpatrzenie poszczególnych grup składowych: falę podstawową oraz jej harmoniki, falę podstawową i falę drugiego rzędu wraz z ich harmonikami oraz ich falami wzajemnego oddziaływania. W niniejszej pracy przedstawiono podstawowe kierunki tej metody, ilustrując jej zastosowanie na przykładzie badań pływów w kanale La Manche, przeprowadzonych na modelu fizycznym tego akwenu. Badania te pozwoliły określić z dobrą dokładnością charakterystyki wszystkich znacznych składowych pływów kanału La Manche. Niezależnie od korzyści oceanograficznych osiągniętych wyników przeprowadzone badania są interesujące również z tego względu, że wskazały one na wyjątkowo bogaty wkład informacji jakie wnosi zastosowanie modelu fizycznego.

CHRISTIAN LE PROVOST

Academy of Grenoble I

Institute of Mechanics

THE APPLICATION OF A PHYSICAL MODEL IN ACCURATE STUDIES OF TIDES IN A LITTORAL SEA

Summary

A theoretical analysis of the generation and the propagation of shallow water tides, led us to establish a new method to study the components of the whole tidal spectrum, by small groups of generating waves: the fundamental wave and its harmonics, the fundamental wave and a secondary wave, with all their harmonic and interaction waves. We present here the principal points of this method, and we illustrate it by studying the tides in the English Channel, upon a physical reduced model of that sea. This study gives us the possibility to characterize all the significant components of this tide with good precision. Independent of the oceanographic interest of these results, this application is useful because it shows the very powerful contribution of hydraulic tidal models in such a study.

BIBLIOGRAPHIE

LITERATURA

1. Bureau Hydrographique International: *Marées. Constantes harmoniques*, Publication spéciale n° 26, Monaco 1966.
2. Cartwright D.C., Tayler R.J., *New computations of the tide generating potential*, Geoph. J.R. Astro. Soc. 23, 1971, 45—74.
3. Chabert d'Hières G., *Réglage et exploitation de la plaque tournante de Grenoble*, Mémoires et Travaux de la S.H.F. suppl. au vol. 1, La Houille Branche, 1962.
4. Chabert d'Hières G., Le Provost C., *Etude des phénomènes non-linéaires dérivés de l'onde lunaire moyenne M_2 dans la Manche*, Cahiers Océanographiques, XXII, 1970, 6.
5. Chabert d'Hières G., Le Provost C., *Détermination des caractéristiques des composantes S_2 , N_2 et K_2 dans la Manche, à l'aide d'un modèle réduit hydraulique*, C.R.Acad. Sciences 272, 1971, série A, 1603—1606.
6. Chabert d'Hières G., Le Provost C., *Détermination des caractéristiques des composantes diurnes K_1 et O_1 dans la Manche, sur modèle réduit hydraulique*, C.R.Acad. Sciences 272, 1971, série A, 1026—1029.

7. Chabert d'Hières G., Le Provost C., *Détermination des composantes d'interaction $2 MS_2$ et $2 SM_2$ dérivées de la propagation des ondes de marées M_2 et S_2 dans la Manche, à l'aide d'un modèle hydraulique*, C.R.Acad. Sciences 275, 1972, série A, 341—344.
8. Chabert d'Hières G., Le Provost C., *Les ondes quart diurnes d'interaction non-linéaire MS_4 , MN_4 et MK_4 dans la Manche et leur comparaison à l'onde quart diurne principale M_4* , C.R. Acad. Sciences 276, 1973, série A, 153—156.
9. Chabert d'Hières G., Le Provost C., *Les ondes sixième diurnes d'interaction $2 MS_6$, $2 MN_6$ et $2 MK_6$ dans la Manche, et leur comparaison à l'onde sixième diurne principale M_6* , 1973.
10. Dalverny J., Fontanet P., *Réalisation de plaques tournantes. Plaque de Grenoble*, La Houille Blanche 5, 1959, 598—606.
11. Darwin G.H., *Report on harmonic analysis of tidal observations*, Pritt. Ass. For adv. Sci. Rep., 1883, 48—118.
12. Doodson A.T., *The harmonic development of the tide generating potential*, Proceedings of the Royal Society, A, 100, 1921, 305—328.
13. Le Provost C., *Contribution à l'étude des marées dans les mers littorales, Application à la Manche*, Thèse de Doctorat ès Sciences, Grenoble 1974.