BORYS A. SZULAK
Akademia Nauk ZSRR
Instytut Geografii — Moskwa

Z BADAŃ NAD ODDZIAŁYWANIEM FAL NA PŁASKI BRZEG AKUMULACYJNY

Treść: Tekst główny; Summary; Wykaz oznaczeń; Literatura.

Przeprowadzone eksperymentalne badania oddziaływania fal na płaski brzeg akumulacyjny [1, 2] pozwoliły na uzyskanie poniższych zależności zmian oraz prędkości zmian współrzędnej poziomej linii profilu nadwodnej części skłonu brzegowego [1]:

$$dx \equiv dx_a = \left(\mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt}\right) dt \qquad (1)$$

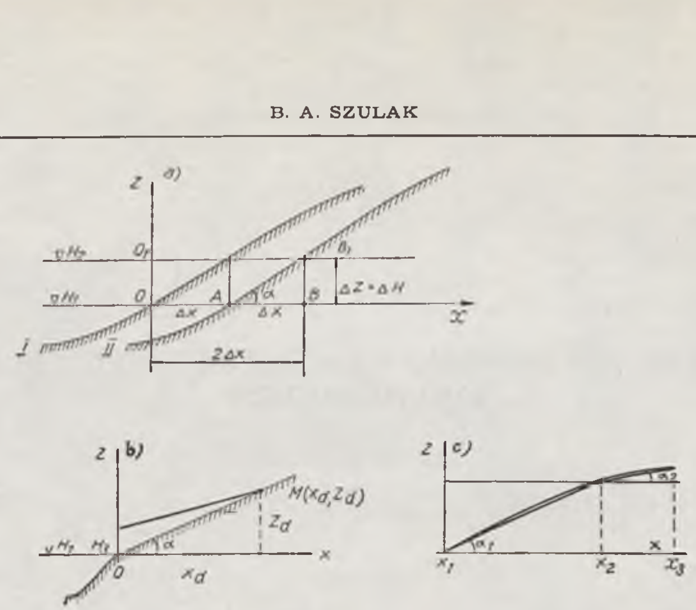
$$\frac{dx}{dt} = \omega_a = \mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt} \qquad (2)$$

gdzie: dx — średnia w pionie zmiana współrzędnej profilu skłonu brzegowego w strefie oddziaływania napływu fali przy rozmywaniu lub akumulacji brzegu, $H = H(t)$ — poziom wody przy linii brzegowej, $\lambda = \lambda(t)$ — długość fal i $h = h(t)$ — wysokość fal przed ich ostatnim załamaniem przy brzegu, $\frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt}$ — ich pochodne w czasie, μ, ε i χ — współczynniki bezwymiarowe, zależne od kąta nachylenia profilu brzegowego α oraz parametrów fal h i λ.

Jak podkreślano w pozycjach [1] i [2], wyrażenia (1), (2) były określone tylko jako przybliżone, przede wszystkim z powodu znacznego rozrzutu danych doświadczalnych. Jednakże, jak będzie to wykazane dalej, w rzeczywistości obrazują one ścisły związek fizyczny.

Jak wynika z zależności (1), współrzędna x profilu brzegowego w wyniku rozmywania lub akumulacji brzegu, które występują przy zmianie poziomu morza H o wartości $z = \Delta H$, zmienia się o wartość $\Delta x_a \equiv \Delta x$ (ryc. 1a); w tym samym czasie, granica rozdziału „brzeg — morze", przechodząca po skraju napływu, przemieszcza się o $\Delta x_b = 2\Delta x_a = 2\Delta x$.

[1] W prawej części równania zmieniono znaki ze względu na inny kierunek układu współrzędnych (patrz ryc. 1).



Ryc. 1. Schemat strefy napływu: a — Dwa kolejne położenia poziomu wody przy linii brzegowej (H_1 i H_2) oraz profile skłonu brzegowego (I i II). Początek układu współrzędnych umieszczono w punkcie O, pokrywającym się z położeniem linii brzegowej w momencie początkowym $t_o = O$. $OA = \Delta x = \Delta x_a$ — przesunięcie rzędnej x punktu profilu (z = const.) w wyniku rozmywania. $O_1 B_1 = OB = OA + AB = \Delta x + \Delta H ctg\, \alpha = 2x = x_b = 2x_a$ — przesunięcie współrzędnej x granicy strefy napływu w wyniku rozmywania (o wartość $OA = \Delta x_a$) i podniesienia się poziomu H (o $\Delta x = \Delta H ctg \alpha$); b — Położenie współrzędnych czoła strefy napływu M (x_d, z_d) w momencie jego zatrzymania się na skłonie brzegowym. H_3 — głębokość w początkowej fazie napływu (u jego podstawy), α — kąt skłonu brzegowego w strefie napływu. H (t) — położenie poziomu wody w momencie t; c — aproksymacja linii profilu skłonu brzegowego odcinkami prostej; x_1, x_2, x_3 — granice przedziałów, α_1, α_2 — kierunkowe kąty aproksymacji odcinków. Liczba odcinków i kąty kierunkowe mogą wahać się w szerokim przedziale.

Fig. 1. Schematic diagram of swash zone: a — Two consecutive configurations of water level at shore line (H_1 and H_2) and bottom profiles (I and II). The origin of coordinates is located at point O, which coincides with the shore line at the initial time $t_o = O$. $OA = \Delta x = \Delta x_a$ — displacement of the profile ordinate x (z = const.) due to swash. $O_1 B_1 = OB = OA + AB = \Delta x + \Delta H ctg\, \alpha = 2x = x_b = 2x_a$ — displacement of the swash limit co-ordinate x due to swash (by the value $OA = \Delta x_a$) and rising level H (by $\Delta x = \Delta H ctg\, \alpha$); b — Location of the co-ordinates of swash zone front M (x_d, z_d) at the time it is arrested at berm. H_3 — depth in the initial swash phase (at its base line), α — bottom slope in the swash zone, H (t) — water level at time t; c — Rectilinear approximation of bottom profile; x_1, x_2, x_3 — limits of intervals, α_1, α_2 — directional angles of approximation segments. Both amount and directional angles of the segments can vary within wide intervals.

Analogiczne stosunki będą miały miejsce również przy niezależnych zmianach każdej z wielkości h i λ. W konsekwencji wyrażenie pełnej różniczki dx, tzn. przesunięcie omówionej powyżej granicy rozdziału i prędkości jej przemieszczenia się ma postać:

$$dx_b = 2\left(\mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt}\right) dt \qquad (1')$$

oraz

$$\frac{dx}{dt} b \equiv \omega_b = 2\left(\mu \frac{dH}{dt} + \varepsilon \frac{dh}{dt} + \chi \frac{d\lambda}{dt}\right) dt \qquad (2')$$

Przy wybranym kierunku układu współrzędnych procesowi rozmycia (H, h, λ — rosną, a ich pochodne są większe od zera) odpowiada przesunięcie profilu skłonu brzegowego w prawo oraz dodatnia wartość różniczki dx. W odwrotnym przypadku (H, h, λ — maleją, a ich pochodne są ujemne) profil skłonu brzegowego przesuwa się w lewo, a różniczka dx będzie ujemna.

Wyrażenia (1) — (2′) — w przedstawionej postaci są słuszne dla opisu rozmycia i akumulacji brzegu przy niezbyt dużych wartościach pochodnych $\frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt}$ oraz dla stosunkowo drobnych cząstek budujących plażę. W tych przypadkach współczynniki μ, ε, χ są symetryczne względem kierunku przebiegu procesu, tj. akumulacji — rozmywania. Wszystkie wymienione związki nie zawierają dynamicznych charakterystyk mechanizmu przemodelowywania brzegu akumulacyjnego: rozmiaru d i gęstości ϱ_T cząstek, lepkości ν i gęstości ϱ cieczy, przyspieszenia siły ciężkości g i prędkości potoku napływu V. Te własności wykrytych prawidłowości wskazują na to, że proces przekształcania brzegu nie jest w danych warunkach bezwładnościowy, lecz „zwyrodniały" względem parametrów dynamicznych.

Tak nieoczekiwany wynik nie powinien jednak wywoływać zdziwienia, ponieważ przy małych wielkościach przyrostów ($\sim$ 1 ÷ 2 cm/godz.) w procesie oddziaływania fal na brzeg bardzo szybko następuje reżim ustalony (praktycznie — „natychmiast"). Rzeczywiście, przy wielkościach przyrostów $\sim$ 1 cm/godz., w czasie sztormu w ciągu 1 godziny (przy rzeczywistych wielkościach okresu fal przy brzegu — $\tau = 2{,}5$—5 sek), napływ zdąża $\frac{3600}{\tau} = 700 \div 1500$ razy wbiegać na brzeg. W tym czasie przetwarzana jest warstwa $x \approx 10$ cm a, w okresie działania jednego napływu $x \sim 0{,}14 \div 0{,}06$ mm, tj. warstwa rzędu rozmiarów poszczególnych ziaren. Przy dużych wartościach pochodnych $\frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt}$ symetria współczynników μ, ε, χ w stosunku do kierunku przebiegu procesu przekształcania brzegu zostaje naruszona i współczynniki te, odpowiadające fazie akumulacji $\mu = \mu^+$, $\varepsilon = \varepsilon^+$, $\chi = \chi^+$, zaczynają być mniejsze od współczynników $\mu = \mu^-$, $\varepsilon = \varepsilon^-$, $\chi = \chi^-$, odpowiadających fazie rozmywania. We wspomnianych powyżej badaniach [1, 2] uzyskano następujące wartości dla poszczególnych współczynników — dla fazy rozmywania:

$$\mu = \mu^- \approx 5, \qquad \varepsilon = \varepsilon^- \approx 5, \qquad \chi = \chi^- \approx 0{,}11 \tag{3}$$

$$\frac{\mu}{\varepsilon} = 1, \qquad \frac{\chi}{\varepsilon} = 2{,}2 \cdot 10^{-2} \tag{3'}$$

a dla fazy akumulacji:

$$\mu = \mu^+ \approx 1, \qquad \varepsilon = \varepsilon^+ \approx 1{,}2, \qquad \chi = \chi^+ \approx 0{,}04 \tag{4}$$

i odpowiednio:

$$\frac{\mu}{\varepsilon} = 0{,}83, \qquad \frac{\chi}{\varepsilon} = 3{,}3 \cdot 10^{-2} \tag{4'}$$

Jak łatwo można zauważyć, stosunki jednoimiennych współczynników są sobie równe:

$$\frac{\mu^+}{\mu^-} = \frac{\varepsilon^+}{\varepsilon^-} = \frac{\chi^+}{\chi^-} = \Theta. \tag{5}$$

Symetria przebiegu procesu ($\Theta = 1$) występuje w przedziale wartości przyrostów $\sim 1 \div 2$ cm/godz. a ze wzrostem wielkości przyrostów do ~ 5 cm/godz., Θ — maleje do 0,2 w wyniku zmniejszenia się wartości μ^+, ε^+, χ^+.

W przypadku ziaren grubych, od żwiru do drobnych otoczaków, zaburzeniu powinna ulegać nie tylko symetria współczynników. W szukanych zależnościach przestaje również działać „zwyrodnienie" względem parametrów dynamicznych, a wzory (1) — (2') powinny być zastąpione przez wyrażenia zawierające charakterystyki cząstek i cieczy ϱ_T, d, ϱ, ν, g, V.

We wzorach (1) — (2') nie wyjaśnione są jeszcze współczynniki μ, ε, χ, będące funkcjami kąta nachylenia skłonu brzegowego i parametrów fal.

$$\mu = \mu(\alpha, h, \lambda), \qquad \varepsilon = \varepsilon(\alpha, h, \lambda), \qquad \chi = \chi(\alpha, h, \lambda) \tag{6}$$

Przejdźmy do ustalenia ich postaci, jak również uzasadnienia możliwości rozpatrzenia wyrażeń (1), (2), jako związków fizycznych.

Fakt, że charakterystyki procesu przemodelowywania brzegu oraz parametry fal (sztormu) są powiązane między sobą pochodnymi:

$$\left|\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{h,\lambda} = f\left(\frac{dH}{dt}\right), \quad \left|\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{H,\lambda} = f\left(\frac{dh}{\partial t}\right), \quad \left|\frac{\partial x}{dt}\right|_{H,h} = f\left(\frac{d\lambda}{dt}\right) \tag{7}$$

co postulowano już przy rozpatrywaniu modelu fizycznego w [3] i przedstawiono doświadczalnie w [1, 2]), pozwala uważać przybliżone wyrażenia

(1), (2) za ścisłe zależności fizyczne oraz wyjaśnić wyrażenia dla współczynników bezwymiarowych μ, ε, χ, ...

Napiszmy dla poszukiwanej „niewiadomej" funkcji x (t)

$$x(t) = x\,(H, h, \lambda, ...) = x\,[H\,(t), h\,(t), \lambda\,(t), ...] \tag{8}$$

wyrażenie na jej całkowitą zmienność w czasie. Ponieważ funkcja x (t) zależy od czasu poprzez każdy z jej trzech argumentów H, h i λ, uzyskujemy:

$$dx = \frac{dx}{dt}dt = \left(\left|\frac{\partial x}{\partial H}\right|_{h,\lambda} \frac{dH}{dt} + \left|\frac{\partial x}{\partial h}\right|_{H,\lambda} \frac{dh}{dt} + \left|\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right|_{H.h} \frac{d\lambda}{dt}\right) dt \tag{9}$$

gdzie poszczególne pochodne cząstkowe $\left|\frac{\partial x}{\partial H}\right|_{h,\lambda}$, $\left|\frac{\partial x}{\partial h}\right|_{H,\lambda}$, $\left|\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right|_{H.h}$ zgodnie ze wzorem (8) są funkcjami parametrów fal i innych wielkości charakterystycznych [2].

Ponieważ, zgodnie z danymi doświadczalnymi, dx jest funkcją pochodnych względem czasu, wzory (1), (2) powinny być identyczne z (9). Z jednej strony wskazuje to, że wyrażenia (1), (2) rzeczywiście przedstawiają zależności fizyczne $dx = \left(\frac{dH}{dt}, \frac{dh}{dt}, \frac{d\lambda}{dt}\right)$, a drugiej strony istnieje możliwość określenia współczynników μ, ε, χ:

$$\mu = \left|\frac{\partial x}{\partial H}\right|_{h,\lambda} \quad \varepsilon = \left|\frac{\partial x}{\partial h}\right|_{H,\lambda} \quad \chi = \left|\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right|_{H.h} \tag{10}$$

Zgodnie z (8) pochodna cząstkowa $\frac{\partial x}{\partial H}$ przy niezmiennych h i λ nie jest niczym innym jak kotangensem kąta stycznej do dowolnego punktu nadwodnej części profilu skłonu brzegowego:

$$\left|\frac{\partial x}{\partial H}\right|_{H,\lambda} = \operatorname{ctg} \alpha \tag{11}$$

Współczynnik μ odzwierciedla więc czysto geometryczny związek pomiędzy zmianami pionowych i poziomych elementów profilu skłonu brzegowego i napływu.

Zmiany poziomu H uwarunkowane są oddziaływaniem wiatru, które jako mechanizm wymaga rozpatrzenia funkcji H = H (t). Ponieważ me-

[2] Ostatni z uzyskanych wyników pozwala zrozumieć niezbyt jasną dotąd sprawę znacznego rozrzutu danych eksperymentalnych na wykresach związków: $\frac{dx}{dt} \sim f\left(\frac{dH}{dt}\right)$; $\frac{dx}{dt} \sim f\left(\frac{dh}{dt}\right)$; $\frac{dx}{dt} \sim f\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)$. Widoczne jest też to, że poza nakładaniem się na każdą z wymienionych zależności czynników statystycznych oraz wpływu zmian pozostałych pochodnych, występuje tu ponadto zależność współczynników od parametrów fal $\mu = \mu\,(\alpha, h, \lambda)$, $\varepsilon = \varepsilon\,(\alpha, h, \lambda)$, $\chi = \chi\,(\alpha, h, \lambda)$.

chanizm ten w danym momencie nas nie interesuje, będziemy uważali H (t) za niezależną „dowolnie" zmieniającą się w czasie funkcję [3]. Wówczas pierwsza składowa w (1) i we wszystkich następnych wzorach będzie zawierać tylko jeden jedyny argument — kąt nachylenia skłonu brzegowego α, wchodzący we współczynnik μ.

Nieco bardziej złożone są wyrażenia dla ε i χ. Występujące we wzorze (1) współczynniki przy poszczególnych składowych wpływają na przesunięcie x, uwarunkowane zmianą rozciągłości strefy napływu, będącej funkcją h (t) i λ (t). W celu wyjaśnienia wyrażeń (9) i (10) powinniśmy wykorzystać związek rozciągłości napływu i parametrów fal. Związek ten, rozpatrzony w pracy [3], jest następujący:

$$x_d = \frac{h(t)}{2}\left(\frac{3}{2}\,\frac{\varkappa\lambda(t)}{aH_3}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad z_d = \frac{h(t)}{2}\left(\frac{3}{2}\,\frac{a\varkappa\lambda(t)}{H_3}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$

gdzie: x_d, z_d — współrzędne czoła napływu (ryc. 1b), $\varkappa$ — część nie rozproszonej energii w potoku powstającym po załamaniu fali, przechodzącym na skłonie brzegowym w napływ, $a = \operatorname{tg}\alpha$, h (t) i λ (t) są to średnie wartości parametrów fal, określone dla poszczególnych serii pomiarowych.

Różniczkując wyrażenie na x ze wzoru (12) według odpowiednich parametrów (h i λ), uzyskujemy zgodnie z (9) i (10):

$$\varepsilon = \left|\frac{\partial x}{\partial h}\right|_{H,\lambda} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\,\frac{\varkappa\lambda(t)}{aH_3}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{13}$$

oraz

$$\chi = \left|\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right|_{H,h} = \frac{h(t)}{4}\left(\frac{3}{2}\,\frac{\varkappa}{aH_3\lambda(t)}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{14}$$

(indeks „d" przy współrzędnej x opuszczono tutaj dla udogodnienia zapisu).

Celowe wydaje się również porównanie wyników obliczeń μ, ε i χ (podczas fazy rozmywania), według wzorów (11), (13) i (14) z wartościami uzyskanymi eksperymentalnie [3].

[3] Jest to stwierdzenie niezbyt ścisłe. Sumaryczna wielkość spiętrzenia masy wodnej przy brzegu określona jest nie tylko samym spiętrzeniem wiatrowym $H_{wiat.}$ (t). W nim mieści się również: zmiana poziomu spowodowana zmianami ciśnienia barycznego $H_{bar.}$ (t), zmiany związane z falami długimi (wahania długookresowe) rzędu 2—100 minut H dł. (t), jak również zmiany pochodzenia czysto falowego jako wynik wtórny działalności wiatru $H_{fal.} = \frac{\pi}{4} h \frac{h}{\lambda}$, a dla akwenów pływowych, również pływowe wahania poziomu $H_{pływ.}$ (t). Dlatego w przypadku ogólnym $H(t) \equiv H\Sigma(t) = H_{wiat.}(t) + H_{bar.}(t) + H_{dł.}(t) + H_{fal.}(t) + H_{pływ.}(t)$. Jednakże, ponieważ nie interesuje nas tutaj problem rozkładu H na składowe, które a priori pozostają niewiadomymi, będziemy uważali H (t) za niezależną „dowolną" funkcję czasu.

Zgodnie z wykonanymi pomiarami [1, 2], kąt nachylenia nadwodnej części skłonu brzegowego w strefie oddziaływania napływu wynosi 10—12°. W tym przypadku μ zgodnie z (8) i (11) wynosi:

$$\mu = \mu^{-} = \operatorname{ctg}\alpha \approx 5 \tag{15}$$

W celu obliczenia ε i χ wykorzystujemy średnie wartości parametrów fal [1, 2] $h = 40$ cm, $\lambda = 1000$ cm, $\varkappa = 0{,}2$, $H_3 = 20$ cm i $a = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}2$. Otrzymujemy wówczas:

$$\varepsilon = \varepsilon^{-} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa\lambda}{aH_3}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 4{,}3 \tag{16}$$

oraz

$$\chi = \chi^{-} = \frac{h}{4}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa}{aH_3\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 8{,}5 \cdot 10^{-2} \tag{17}$$

skąd dla stosunku współczynników $\frac{\chi}{\varepsilon}$, który jest proporcjonalny do stromości fali δ, $\left(\frac{\chi^{-}}{\varepsilon^{-}} = \frac{1}{2}\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{2}\delta\right)$, i $\frac{\mu}{\varepsilon}$, mamy:

$$\frac{\chi^{-}}{\varepsilon^{-}} = 2 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{\mu}{\varepsilon} = 1 \tag{17'}$$

Porównanie obliczonych wartości z pomierzonymi [2] wykazało dla ε i χ nieprawdopodobnie dobrą zgodność (dla μ zgodność tę należy uważać za zupełnie naturalną). Zgodność ta jest tym bardziej zadziwiająca że: 1. od wyników pomiarów w badaniach terenowych nie należy oczekiwać wysokiej dokładności, 2. same wzory (13) i (14), jak i wzór wyjściowy (12), za pomocą których zostały one uzyskane, są wzorami przybliżonymi, 3. wykorzystane przy porównaniu wartości bezwzględnych ε i χ wartości liczbowe $\varkappa$ i $H_3 = H_3(h, \lambda, a, \varkappa)$ są niezbyt pewne. W konsekwencji uzyskane wyniki należy prawdopodobnie rozpatrywać nie tylko jako potwierdzenie prawidłowości uzyskanych zależności, ale również jako potwierdzenie stosunkowo wysokiej dokładności uzyskanego materiału eksperymentalnego.

Ponieważ wykazaliśmy, że wyrażenia (1), (2) mają charakter związków fizycznych pomiędzy parametrami procesu przekształcania brzegu i charakterystykami sztormu, wydaje się celowe zapisanie ich w postaci funkcji parametrów fal. Podstawiając (11), (13) i (14) do (1) — (2'), jak również zamieniając w pierwszej składowej $\operatorname{ctg}\alpha$ na $\frac{1}{a}$ (dla symetrycznego zapisu wszystkich członów), uzyskujemy ostatecznie:

$$dx_a = \Theta\left[\frac{1}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\frac{\varkappa\lambda}{aH_3}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{dh}{dt} + \frac{h}{4}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa}{aH_3\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{d\lambda}{dt}\right]dt \tag{18}$$

$$\omega_a = \Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] \tag{19}$$

$$dx_b = 2\,\Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \tag{18'}$$

$$\omega_b = 2\,\Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] \tag{19'}$$

Napiszmy jeszcze wyrażenia dla zmian współrzędnej x w skończonych odcinkach czasu. Zgodnie z (18) i (18′) mamy:

$$x_a = \int_0^t \Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \tag{20}$$

oraz

$$x_b = 2 \int_0^t \Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa\lambda}{aH_3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{aH_3\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt \tag{20'}$$

Dla umożliwienia praktycznego wykorzystania przedstawionych wzorów konieczne jest wskazanie zakresu ich stosowalności. Wzory (18) — (19′) mogą być przydatne dla opisania zmian elementów profilu nadwodnej części skłonu brzegowego w warunkach wyrównanego (prostoliniowego) przebiegu linii brzegowej o „nieskończonej" rozciągłości, jednorodności reżimu falowego wzdłuż tej linii i braku zauważalnego wpływu prądów wzdłużbrzegowych. Brak uwzględnienia oddziaływania prądów może spowodować, że obliczenia dla celów praktycznych będą silnie obarczone błędami, gdyż udział prądów może być równie duży jak na przykład efekty rozmywania „falowego". Uwzględnienie prądów jest tym bardziej ważne, że obszar ich oddziaływania przemieszcza się razem z przenikaniem napływu w głąb rozmywanego brzegu, co istotnie może zmienić profil nadwodnej i podwodnej części brzegu.

Wypowiedziane powyżej uwagi dotyczą również wzorów (20) i (20′), w których konieczne jest dodatkowe uwzględnianie zmian kąta nachylenia α wzdłuż profilu skłonu brzegowego — $\alpha(x) = \alpha(x, t)$, poprzez które odzwierciedlane są wszystkie zmiany profilu, związane z oddziaływaniem prądów i napływu, w tej liczbie i redepozycji materiału rozmywanego w dolnej części skłonu. Ponieważ zależność $\alpha(x)$ występuje w (20) i (20′) pod znakiem całki, wyrażenia te są w zasadzie równaniami całkowymi, co znacznie komplikuje przeprowadzenie obliczeń. Jednakże w tych przypadkach (do których należy i nasze zadanie), kiedy szczególna dokładność nie jest wymagana, można uzyskać oceny liczbowe metodami przybliżonymi, na przykład zadając linię profilu funkcją odcinkowo-liniową (ryc. 1c). W tym przypadku wewnątrz każdego odcinkowego przedziału obszaru zmienności

a_i (x) jest wielkością stałą. W naszym przypadku zmienną całkowania jest czas t, a nie przestrzenna rzędna x, która wchodzi jako argument w α. Zasadniczo konieczne więc jest jeszcze przejście od granic przedziałów obszaru x do granic obszaru t. Konieczność takiego przejścia $t_i = \varphi(x_i)$ jednak tu odpada, ponieważ rozciągłość całek i położenie ich granic pozostaje w znacznej mierze dowolna. W ten sposób podział można przeprowadzać od razu na obszary t, z następnym porównaniem ich w obszarze x według danych całkowania.

Na zakończenie rozpatrzmy czysto ilustracyjny przykład obliczenia przesunięcia granicy strefy napływu (i prędkości przesunięcia), odpowiadającego rozpatrzonemu mechanizmowi.

Załóżmy że faza narastania falowania ciągnąca się 100 godzin (4 doby) określa się reżimem:

$h(t) = h_o + h(1 - \exp) - \beta t, \quad h_o = 20$ cm, $h = 20$ cm, $\beta = 0{,}1$ godz.$^{-1}$

$\lambda(t) = \lambda_o + \lambda(1 - \exp) - \gamma t, \quad \lambda_o = 500$ cm, $\lambda = 5000$ cm, $\gamma = \beta$

a poziom H i kąt nachylenia profilu spełnia kilka warunków (ryc. 1b, c)

1. $H_1 = H(t) = H_o + \beta t, \quad \beta = 1$ cm/godz.
2. $H_2 = H(t) = H_o + 100(1 - \exp) - \delta t$ cm/godz., $\beta = \lambda$

oraz

1. $\alpha_1 = \text{const.} = 5°$
2. $\alpha_2 = 11°$ w przedziale $x_1 \leqslant x < x_2$ i $\alpha_2 = 5°$ w przedziale $x_2 \leqslant x \leqslant x_3$

a ponadto $a = 0{,}2$, $H_3 = 30$ cm, $\Theta = 1$.

Z zadanego reżimu mamy:

$$\frac{dh}{dt} = h_o \beta e^{-\beta t} = 2e^{-0{,}1} \text{ cm/godz.}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda_o \gamma e^{-\gamma t} = 500\, e^{-0{,}1} \text{ cm/godz.}$$

$$\frac{dH}{dt} 1 = 1 \text{ cm/godz.}, \quad \frac{dH}{dt} 2 = 10\, e^{-0{,}1t} \text{ cm/godz.}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa\lambda}{aH_3}\right)^{\frac{1}{2}} = 8\,(1{,}1 - e^{-0{,}1t})^{\frac{1}{2}}$$

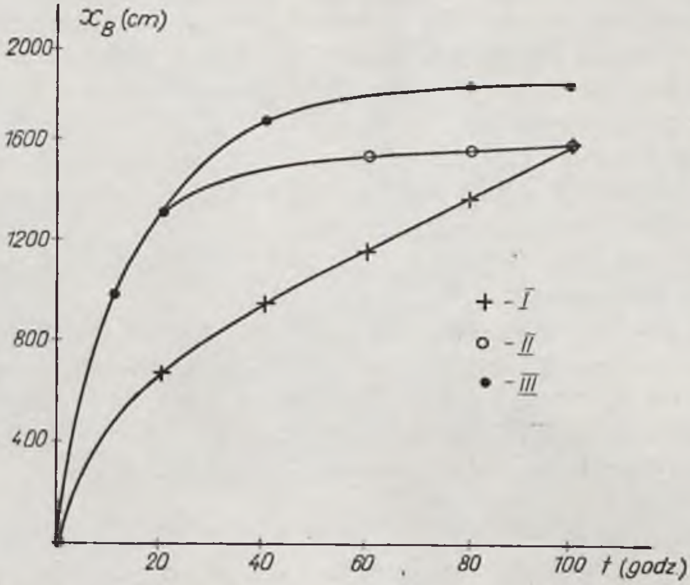
$$\chi = \frac{h}{4}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa}{aH_3\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} = 1{,}58 \cdot 10^{-2}\left(\frac{2 - e^{-0{,}1t}}{(1{,}1 - e^{-0{,}1t})^{\frac{1}{2}}}\right).$$

Skąd, zgodnie z (20′) dla pierwszego przypadku uzyskujemy:

$$x_b = 10\int_0^t dt + 32\int_0^t e^{-01{,}t}(1{,}1 - e^{-0{,}1t})^{\frac{1}{2}} + 16\int_0^t \frac{(2 - e^{-0{,}1t})\, e - {}^{0{,}1t}}{(1{,}1 - e^{-01{,}t})^{\frac{1}{2}}} dt =$$

$$= I_1 + I_2 + I_3 \tag{21}$$

Obliczone wartości tych całek, jak też całek uzyskanych przy innych założeniach dla α oraz przebiegu podnoszenia się poziomu H przedstawiono w tabelach 1a, b i na wykresach ryc. 2.



Ryc. 2. Wykresy przesunięcia granicy strefy napływu x_b w kolejnych momentach czasowych, w fazie rozwoju falowania:
I. Przy zachowaniu warunku liniowej zmiany poziomu H [H (t) ~ t] i niezmiennej wielkości kąta nachylenia skłonu brzegowego ($\alpha = 11°$, patrz ryc. 1b),
II. Przy wykładniczej zmianie poziomu morza H [H (t) ~ H (1-exp) — δ t] i stałej wielkości kąta α ($\alpha = 11°$,
III. Przy wykładniczej zmianie poziomu H i różnych kątach α ($\alpha_1 = 11°$, $\alpha_2 = 5°$)

Fig. 2. Diagrams of the motion of swash limit x_b at various times during the development of a storm:
1. In the case of linear variation of the level H [H (t) ~ t] and constant slope ($\alpha = 11°$, cf. Fig. 1b),
II. In the case of exponential variation of the level H [H (t) ~ ~ H(1 — exp) — δ t] and constant angle α ($\alpha = 11°$)
III. In the case of exponential variation of the level H and various angle α ($\alpha_1 = 11°$, $\alpha_2 = 5°$).

Zadajmy teraz warunki reżimu dla fazy uspokajania się falowania — fazy stabilizacji można nie analizować, ponieważ w rozpatrywanym przybliżeniu — braku wpływu bezwładności — rozwiązania (18) — (20') spełniają od razu warunek $x = 0$, i $\omega = 0$.

Tabela 1a

Table 1a

Obliczenia x_b dla fazy rozwoju falowania przy stałym kącie α i różnym tempie podnoszenia się poziomu wody

Computations of x_b for increasing storm waves, constant slope α, and various rates of water level rise

$\alpha = 11°$							
x (cm) \ t (hours)	0	10	20	40	60	80	100
$I_1(H) \sim \beta t$	0	100	200	400	600	800	1000
$I_1(H) \sim (1 - e^{-\beta t})$	0	630	860	980	998	1000	1000
$I_2(h)$	0	131	196	234	239	240	241
$I_3(\lambda)$	0	220	289	325	328	330	331
$x_b = I_\Sigma = I_\Sigma (\beta t)$	0	452	685	959	1167	1370	1572
$x_b = I_\Sigma = I_\Sigma\ 1 - e^{-\beta t})$	0	982	1345	1470	1567	1570	1572

Tabela 1b

Table 1b

Obliczenia x_b dla fazy rozwoju falowania z uwzględnieniem zmiany kąta α, przy różnym tempie podnoszenia się poziomu wody

Computations of x_b for increasing storm waves, variable slope α, and various rates of water level rise

	$\alpha = 11°$				$\alpha = 5°$		
x (cm) \ t (hours)	0	10	20	40	60	80	100
$I_1(H) \sim \beta t$	0	100	200	640	1080	1520	1960
$I_1(H) \sim (1 - e^{-\beta t})$	0	630	860	1124	1164	1168	1169
$I_2(h)$	0	131	196	257	262	263	266
$I_3(\lambda)$	0	220	289	365	370	371	373
$x_b = I_\Sigma = I_\Sigma (\beta t)$	0	452	685	1262	1712	2154	2599
$x_b = I_\Sigma = I_\Sigma\ 1 - e^{-\beta t})$	0	986	1345	1746	1796	1802	1808

Tabela 2a

Table 2a

Obliczenia x_b dla fazy uspokajania się falowania przy stałym kącie α

Computations of x_b for storm setdown and constant slope α

	$\alpha = 11°$						
x (cm) \ t (hours)	100	80	60	40	20	10	0
I_1 (H)	−1000	−800	−600	−400	−200	−100	0
I_2 (h)	− 242	−241	−240	−239	−222	−178	0
I_3 (λ)	− 332	−331	−328	−320	−271	−192	0
$x_b = I_\Sigma$	−1574	−1372	−1168	−959	−693	−470	0

Tabela 2b

Table 2b

Obliczenia x_b dla fazy uspokajania się falowania przy różnych kątach α

Computations of x_b for storm setdown and various angles α

	$\alpha = 30°$				$\alpha = 11°$		
x (cm) \ t (hours)	100	80	60	40	20	10	0
I_1 (H)	−406	−338	−270	−202	−134	−100	0
I_2 (h)	−187	−187	−187	−187	−186	−178	0
I_3 (λ)	−259	−259	−258	−253	−229	−192	0
$x_b = I_\Sigma$	−852	−784	−715	−642	−549	−470	0

Tabela 3a

Table 3a

Obliczenia prędkości przesuwania strefy napływu ω_b w fazie rozwoju falowania przy stałej wielkości kąta α i różnym tempie podnoszenia się poziomu wody

Computations of the swash zone motion rate ω_b during storm intensification phase, for constant angle α, and various rates of water level rise

	$\alpha = 11°$						
ω (cm/hours) \ t (hours)	0	10	20	40	60	80	100
ω_b (H) $\sim \beta t$	10,0	10,0	10,0	10,00	10,00	10,00	10
ω_b (H) $\sim (1-e^{-t\beta})$	100,0	37,0	14,0	2,00	0,20	0,03	0
ω_b (h)	10,0	11,7	4,4	0,66	0,07	0,01	0
ω_b (λ)	36,5	5,0	2,0	0,30	0,03	0,004	0
ω_Σ $\sim \beta t$	56,5	26,7	16,3	11,0	10,0	10,00	10
ω_Σ $\sim (1-e^{-\beta t})$	146,5	53,7	20,3	2,9	0,3	0,04	0

Tabela 3b
Table 3b

Obliczenia prędkości przesuwania strefy napływu ω_b w fazie rozwoju falowania przy różnych kątach α i różnym tempie podnoszenia się poziomu wody

Computations of the swash zone motion rate ω_b during storm intensification phase, for various angles α, and various rates of water level rise

	$\alpha = 11°$				$\alpha = 5°$		
t (hours) / ω_b (cm/hours)	0	10	20	40	60	80	100
ω_b (H) $\sim \beta t$	10,0	10,0	22,0	22,0	22,00	22,00	22
ω_b (H) $\sim (1-e^{-t\beta})$	100,0	37,0	21,0	3,0	0,30	0,04	0
ω_b (h)	10,0	11,7	6,4	1,0	0,10	0,01	0
ω_b (λ)	36,5	5,0	2,8	0,4	0,05	0,006	0
ω_Σ $\sim \beta t$	56,5	26,7	32,0	23,4	22,50	22,06	22
ω_Σ $\sim (1-e^{-\beta t})$	146.5	53,7	29,8	4,4	0,44	0,06	0

Tabela 3c
Table 3c

Obliczenia prędkości przesunięcia strefy napływu ω_b w fazie uspokajania falowania przy różnych kątach α i różnym tempie opadania poziomu wody

Computations of the swash zone motion rate ω_b, during storm setdown phase, for various angles α and various rates of water level rise

	$\alpha = 11°$				$\alpha = 5°$		
t (hours) / ω_b (cm/hour)	100	80	60	40	20	10	0
ω_b (H) $\sim \beta t$	−10	−10,00	−10,00	−10,0	−22,0	−22,0	− 22,0
ω_b(H) $\sim (1-e^{-\beta t})$	0	− 0,03	− 0,20	− 2,0	−31,0	−81,0	−222,0
ω_b (h)	0	− 0,003	− 0,02	− 0,2	− 3,6	−13,2	− 51,8
ω_b (λ)	0	− 0,007	− 0,05	− 0,4	− 3,4	− 7,7	− 20,0
$\sim \beta t$	−10	−10,00	−10,1	−10,6	−29	− 43	− 94
$\sim (1-e^{-\beta t})$	0	− 0,04	− 0,3	− 2,6	−38	−103	−294

Załóżmy, że dla fazy uspokajania się falowania, trwającej również 100 godzin, będziemy mieć:

$h(t) = h_o + he^{-\beta t} = 20\,(1 + e^{-1,0t})$ cm, $\beta = \gamma = \delta = 0,1$ godz.$^{-1}$

$\lambda(t) = 5000\,(0,1\,t + e^{-\gamma t})$ cm

$H_1(t) = H_o + 100 - \beta t$ cm, $\beta = 1$ cm/godz.

$H_2(t) = H_o + 100\,(1 + e^{-0,1t})$ cm

$$\alpha_1 = \text{const.} = 11°,\ a_2 = 11° \text{ w przedziale } x_1 \leqslant x < x_2$$

$$\alpha_2 = 5° \text{ w przedziale } x_2 \leqslant x \leqslant x_3$$

przy tych samych wartościach pozostałych wielkości, a mianowicie:

$$\frac{dh}{dt} = -2\,e^{-0,1t}\ \text{cm/godz.}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -500\,e^{-0,1t}\ \text{cm/godz.}$$

$$\frac{dH_1}{dt} = -1\ \text{cm/godz.},\quad \frac{dH_2}{dt} = -10\,e^{-0,1t}\ \text{cm/godz.}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa\lambda}{aH_3}\right)^{\frac{1}{2}} = 8\,(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}$$

$$\chi = \frac{h}{4}\left(\frac{3}{2}\frac{\varkappa}{aH_3\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} = 1,5\cdot 10^{-2}\,(1 + e^{-0,1t})\frac{1}{(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}}$$

Stąd dla warunków analogicznych do obliczeń (21) uzyskujemy:

$$x_b = -10\int_0^t dt - 32\int_0^t (0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}\,e^{0,1t}\,dt - 16\int_0^t \frac{(1 + e^{-0,1t})e^{-0,1t}}{(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}}\,dt =$$
$$= I_1 + I_2 + I_3 \tag{22}$$

Wyniki obliczeń całek dla fazy uspokajania się falowania przedstawiono w tabelach 2a, b.

Przejdźmy teraz do obliczeń prędkości przesunięcia granicy strefy napływu. Wykorzystując dane przytoczone powyżej dla obu faz falowania, uzyskamy przy tych samych warunkach dla H i α:

1. dla fazy rozwoju falowania:

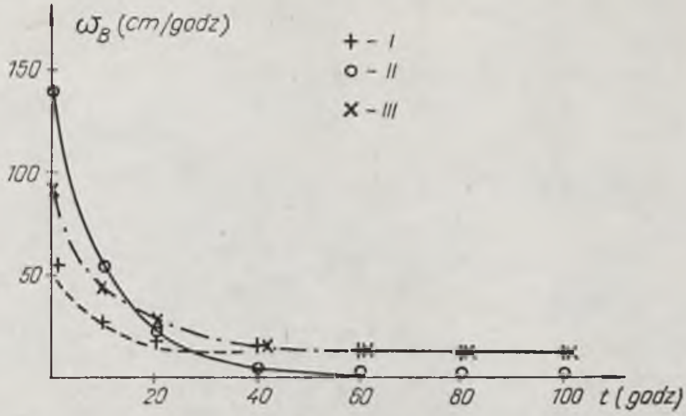
$$\omega_b = 10 + 32\,e^{-0,1t}\,(1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}} + 7,07\frac{e^{-0,1t})\,2 - e^{-0,1t})}{(1,1 - e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} =$$
$$= \omega_1(H) + \omega_2(h) + \omega_3(\lambda) \tag{23}$$

2. dla fazy uspokajania się falowania:

$$\omega_b = -10 - 32\,e^{-0,1t}\,(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}} - 7,07\frac{e^{-0,1t}\,(1 + e^{-0,1t})}{(0,1 + e^{-0,1t})^{\frac{1}{2}}} =$$
$$= \omega_1(H) + \omega_2(h) + \omega_3(\lambda) \tag{24}$$

Dane obliczeń ω_b dla wszystkich warunków zmian H i α przedstawiono w tabelach 3a, b, c i na wykresach ryc. 3.

Jak widać z przedstawionego materiału, udział każdego ze wzorów składowych dla x_b i ω_b zależy od prawa zmian parametrów H, h i λ, jak również od zmian kąta nachylenia profilu skłonu brzegowego $\alpha(x)$. Dla celów praktycznych należy więc szczegółowo uwzględniać specyfikę zmian wszystkich parametrów sztormu w czasie.



Ryc. 3. Wykresy prędkości przesunięcia granicy strefy napływu:
I. Przy liniowej zmianie poziomu i niezmiennej wielkości kąta α ($\alpha = 11°$),
II. Przy wykładniczej zmianie poziomu H i niezmiennej wielkości kąta α,
III. Przy liniowej zmianie poziomu H i uwzględnieniu zmian kąta α ($\alpha_1 = 11°$, $\alpha_2 = 5°$)
Wykresy I, II — dla fazy rozwoju falowania, wykres III — dla fazy uspokajania się falowania.

Fig. 3. Diagrams of the rate of swash limit motion:
I. In the case of linear variation of level and constanst angle α ($\alpha = 11°$),
II. In the case of exponential variation of level H and constant angles α,
III. In the case of linear variation of level H and various angles α ($\alpha_1 = 11°$, $\alpha_2 = 5°$).
Diagrams I and II illustrate the storm intensification phase, while diagram III refers to storm setdown.

Własności uzyskanych związków dają się wystarczająco jasno prześledzić z danych liczbowych podanych w tabelach oraz na wykresach; nie wymagają one dodatkowych wyjaśnień.

BORYS A. SHULYAK

Academy of Sciences ZSRR
Department of Geography — Moscow

WAVE ACTION ON A FLAT ACCRETION BEACH

Summary

A theoretical basis for the quantitative estimation of the effect of the waves and sea bed slope on shore line variation is presented. The dimensionless coefficients μ, ε, and χ, having been used ever since previous experimental studies of beach changes during storms, are now analyzed more thoroughly and the following relationship is given:

$$\mu = \left| \frac{\partial x}{\partial H} \right|_{h,\lambda} = \operatorname{ctg} \alpha$$

The coefficient μ reflects the purely geometrical correlation between the vertical, as well as horizontal elements of sea bed slope and swash.

The relationships for the coefficients ε and χ are more complex:

$$\varepsilon = \left| \frac{\partial x}{\partial h} \right|_{H,\lambda} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\chi \lambda (t)}{a H_3} \right)^{1/2}$$

$$\chi = \left| \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right|_{H,h} = \frac{h (t)}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\chi}{a H_3 \lambda (t)} \right)^{1/2}$$

It has been shown that the changes in the location of shore line and their rates can be presented as regular physical relationships between the parameters of beach transformation processes and storm characteristics.

The expressions for changes in x through finite time intervals read:

$$x_a = \int_0^t \Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \frac{\varkappa \lambda}{a H_3} \right)^{1/2} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{a H_3 \lambda} \right)^{1/2} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt$$

$$x_b = 2 \int_0^t \Theta \left[\frac{1}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa \lambda}{a H_3} \right)^{1/2} \frac{dh}{dt} + \frac{h}{4} \left(\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{a H_3 \lambda} \right)^{1/2} \frac{d\lambda}{dt} \right] dt$$

The formulae presented in this study can be used in practical applications. They hold true for shore line changes in the case of negligible longshore currents and uniform shore configuration.

The paper also contains example of the computations ow swash zone limits and the rate of their variation for conditions assumed within the model considered herein.

WYKAZ OZNACZEŃ

LIST OF NOTATIONS

H — położenie poziomu wody przy linii brzegowej
water depts at shore line
H_3 — głębokość w początkowej fazie napływu
water depth in the initial swash phase
a — współczynnik kątowy profilu plaży ($a = \mathrm{tg}\,\alpha$)
angular coefficient of beach profile ($a = \mathrm{tg}\,\alpha$)
d — średnica cząstek
sediment diameter
g — przyspieszenie ziemskie
acceleration due to gravity
h — wysokość fali
wave height
t — czas
time
V — prędkość napływu
swash rate
x_a — współrzędna pozioma położenia linii profilu nadwodnej części skłonu brzegowego
horizontal co-ordinate of the dry section of the swash zone
x_b — współrzędna pozioma zmian położenia granicy rozdziału „brzeg-morze" (linii brzegowej)
horizontal co-ordinate of the variable sea-shore interface (shore line)
x_d, z_d — współrzędne czoła napływu
coordinates of swash front
ω_a — prędkość zmian położenia profilu nadwodnej części skłonu brzegowego
rate of changes in the location of the dry section of the swash zone
ω_b — prędkość przesunięcia linii brzegowej w wyniku zmian poziomu morza
shore line variation rate due to changes in sea water level
λ — długość fali
wave length
τ — okres fali
wave period
δ — stromość fali $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$
wave steepness $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$
α — kąt nachylenia skłonu brzegowego
sea bed slope
μ, ε, χ — współczynniki bezwymiarowe, zależne od kąta α i parametrów fal
dimensionless coefficients, dependent on angle α, and wave parameters
Θ — stosunki jednoimiennych współczynników bezwymiarowych
ratios of similar dimensionless coefficients
$\varkappa$ — część nie rozproszonej energii w potoku powstającym po załamaniu fali, przechodzącej na skłonie brzegowym w napływ
portion of undissipated energy in the flow induced by wave breaking and transformed into swash energy.

ϱ_T — gęstość cząstek
density of sediment
ϱ — gęstość cieczy
density of water
ν — lepkość cieczy
kinematic viscosity of water

LITERATURA

REFERENCES

1. Musiełak S., Szulak B.A., Tabaczkow W.S., Z *badań nad mechanizmem powstawania akumulacyjnego brzegu morskiego*, Oceanologia, nr 4, 1975.
2. Musielak S., *Procesy litodynamiczne w strefie przyboju*, Oceanologia, nr 8, 1978.
3. Szulak B.A., Bołdyriew W.L., *K woprosu o formirowanii bieriegowogo wała*, Okieanologija, nr 1, t. VI, 1966.
4. Szulak B.A., *Ocena parametrów napływu fali na skłon brzegowy po jej załamaniu*. Oceanologia, nr 8, 1978.